ICS 03.120.30
A 41

中华人民共和国国家标准

GB/T 3358.1—2009/ISO 3534-1:2006
代替 GB/T 3358.1—1993

统计学词汇及符号 第1部分:一般统计术语与用于概率的术语

Statistics—Vocabulary and symbols—
Part 1:General statistical terms and terms used in probability

(ISO 3534-1:2006,IDT)

2009-10-15 发布　　2010-02-01 实施

中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局
中国国家标准化管理委员会　发布

目　次

前 言

GB/T 3358《统计学词汇及符号》分为以下部分：

——第1部分：一般统计术语与用于概率的术语；

——第2部分：应用统计；

——第3部分：实验设计。

本部分为GB/T 3358的第1部分，等同采用ISO 3534-1:2006《统计学　词汇及符号　第1部分：一般统计术语与用于概率的术语》。与ISO 3534-1:2006相比，订正了原文的错误，修正原文中概念表述不够准确的部分，主要变化如下：

——删去了1.24原文中的注1；

——2.38示例中变异系数的计算式“0.99/0.995=0.994 97”更正为“0.995/0.9=1.105 56”；

——2.69中“[事件]σ代数$\mathfrak{F}$”中，要求满足的性质a)“属于$\mathfrak{F}$”修订为“Ω属于$\mathfrak{F}$”。

为便于使用，本部分作了下列编辑性修改：

——删去了ISO前言；

——为术语的简练起见，在少数术语中，使用中括号表示其中可省略部分。例如：2.5中，[事件A的]概率(probability [of an event A])，表示此术语实际定义的是“概率(probability)”，其中“事件A的”在许多场合可省略。又如2.34“r阶[原点]矩　(moment of order r)”表示原文的“r阶矩　(moment of order r)”也称为“r阶原点矩”。

本部分代替GB/T 3358.1—1993《统计学术语　第一部分　一般统计术语》，与GB/T 3358.1—1993相比，主要变化如下：

——名称改为《统计学词汇及符号　第1部分：一般统计术语与用于概率的术语》；

——对术语条目作了较大的调整：增加了一般统计术语及用于概率的术语；将GB/T 3358.1—1993中第4章“观测和测试结果的一般术语”及第5章“抽样方法的一般术语”中的内容移至GB/T 3358的第2部分；

——增加了大量的示例及注释；

——增加了术语概念图(附录B、附录C)及定义标准中的术语所使用的方法的附录D，并将关于符号的附录A改为资料性附录。

本部分的附录A、附录B、附录C和附录D均为资料性附录。

本部分由全国统计方法应用标准化技术委员会提出并归口。

本部分主要起草单位：中国科学院数学与系统科学研究院、中国标准化研究院、北京师范大学、中国科学技术大学、苏州大学。

本部分主要起草人：冯士雍、陈敏、于丹、崔恒建、吴耀华、丁文兴、汪仁官、于振凡。

本部分于1993年首次发布，本次为第一次修订。

引　言

目前版本的GB/T 3358.1和GB/T 3358.2是兼容的,其共同目标是在一致、准确而简洁的前提下,将定义所需的数学程度限制在最低水平。由于GB/T 3358.1是概率和统计的基础术语,所以有必要用相对严格而复杂的数学语言来表述。考虑到GB/T 3358.2及其他统计方法应用标准的使用者有时需要查询GB/T 3358.1中术语的定义,因此本部分的术语尽可能用通俗的方式来描述,并辅以注释及示例。尽管这些非正式的描述并不能取代正式的定义,但为统计专业以外的人员提供了有效的概念性的定义,能满足这些术语标准的大多数用户的需要。为了进一步适应经常使用GB/T 3358.2或GB/T 6379等标准的用户,通过注释和示例使GB/T 3358.1更易于理解。

一套明确定义的,且相对完整的概率统计术语对统计标准的编制及有效使用是必需的。定义必须足够准确、且具备数学意义上的严格性,使在编制其他统计标准时避免出现概念模糊。当然,对概念的更详细的解释、背景和应用领域可在初等概率统计教材中找到。

资料性附录B与附录C分别为一般统计术语与用于概率的术语提供了系列概念框图。其中一般统计术语包含六个概念图;用于概率的术语包含四个概念图。某些术语同时出现在几个不同的框图中,从而起到一组概念与另一组概念的联系作用。附录D提供了关于概念图的简要介绍及其解释。

这些框图有助于本次修订,因为它们有助于描述不同术语之间的相互联系。这些框图也有助于标准文本的翻译。

除非另有说明,本标准中大部分术语均在一维(单变量)场合下定义。这避免了许多术语在类似条件下进行重复定义。

统计学词汇及符号
第1部分:一般统计术语与用于概率的术语

范围

GB/T 3358的本部分规定了用于标准起草的一般统计术语、用于概率的术语的定义及部分术语的符号。

本部分中的术语分为:

a) 一般统计术语(第1章);

b) 用于概率的术语(第2章)。

附录A列出了本部分推荐使用的符号。

附录B和附录C是本部分所有术语条目的概念框图。

1 一般统计术语

1.1

总体 population

所考虑对象的全体。

注1:总体可是真实有限或无限的,也可是完全虚构的。有时,特别是在调查抽样中也使用"有限总体";在一些流程性物质抽样中也使用"无限总体"。在第2章中,从概率的角度,总体在一定意义上可看作是**样本空间**(2.1)。

注2:对于虚构的总体,允许人们想象在不同假定条件下的数据所具有的属性。因此,虚构总体在统计研究的设计阶段,特别是确定适宜样本量时非常有用。虚构总体所含对象数目可以是有限的也可以是无限的。在统计推断中,这是一个对评价统计研究证据强度特别有用的概念。

注3:下面的例子能帮助理解总体这一概念:若有三个村庄被选中作人口统计或健康研究,总体即由这三个村庄的全体居民构成;若这三个村庄是从某个特定区域中的所有村庄中随机抽选出来的,则总体由该区域中的所有居民构成。

1.2

抽样单元 sampling unit

总体(1.1)划分成若干部分中的每一部分。

注:抽样单元依赖于具体问题中所感兴趣的最小部分。抽样单元可以是一个人、一个家庭、一个学校或一个行政单位等。

1.3

样本 sample

由一个或者多个**抽样单元**(1.2)组成的**总体**(1.1)的子集。

注1:根据所研究总体的情况,样本中的每个单元可是真实或抽象的个体,也可是具体的数值。

注2:在GB/T 3358.2关于样本的定义中,包括一个抽样框的示例。抽样框在从有限总体中抽取随机样本时是必须的。

1.4

观测值 observed value

由**样本**(1.3)中每个单元获得的相关特性的值。

注1:常用的同义词是"实现"和"数据"。

注2：本定义并没有指明值的来源或如何被获得。观测值可表示某**随机变量**(2.10)的一次实现，但并不一定如此。它可以是相继用于统计分析的若干值中的一个。正确的推断需要一定的统计假定，但首先要做的是对观测值的计算概括或图形描述。仅当需要解决进一步的问题，如确定观测值落入某一指定集合的概率，统计机制才是重要而本质的。观测值分析的初始阶段通常称为数据分析。

1.5

描述性统计量　descriptive statistics

观测值(1.4)的图形、数值或其他概括性描述。

示例1：数值描述包括**样本均值**(1.15)、**样本极差**(1.10)、**样本标准差**(1.17)等。

示例2：图形描述包括箱线图、示意图、Q-Q图、正态分位图、散点图、多元散点图和直方图等。

1.6

随机样本　random sample

由随机抽取的方法获得的**样本**(1.3)。

注1：本定义比GB/T 3358.2给出的定义限制要少，样本允许来自无限总体。

注2：当从有限**样本空间**(2.1)中抽取n个抽样单元组成样本时，n个抽样单元的任意一种组合都会以特定的**概率**(2.5)被抽中。对于调查抽样方案而言，每一种可能组合被抽中的概率可事先计算。

注3：对有限样本空间的调查抽样，随机样本可以通过不同的抽样方法得到，如分层随机抽样、随机起点的系统抽样、整群抽样、与辅助变量的大小成比例的概率抽样以及其他可能的抽样。

注4：本定义一般是指实际**观测值**(1.4)。这些观测值被认为是**随机变量**(2.10)的实现，其中每个观测值都对应于一个随机变量。当由随机样本构造**估计量**(1.12)、**统计检验**(1.48)的检验统计量或**置信区间**(1.28)时，本定义是指从样本中的抽象个体得到的随机变量而不是这些随机变量的实际观测值。

注5：无限总体中的随机样本一般是从样本空间中重复抽取产生的。根据注4的解释，此时样本由独立同分布的随机变量组成。

1.7

简单随机样本　simple random sample

〈有限总体〉给定样本量的每个子集都有相等的被抽选概率的**随机样本**(1.6)。

注：此处的定义与GB/T 3358.2中的定义是一致的，仅在措辞上稍有不同。

1.8

统计量　statistic

由**随机变量**(2.10)完全确定的函数。

注1：在1.6注4的意义下，统计量是**随机样本**(1.6)中随机变量的函数。

注2：按注1，若$\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$是来自未知**均值**(2.35)$\mu$和未知**标准差**(2.37)$\sigma$的**正态分布**(2.50)的随机样本，则**样本均值**(1.15)$(X_1+X_2+\cdots+X_n)/n$是一个统计量；而$[(X_1+X_2+\cdots+X_n)/n]-\mu$不是统计量，因为它包含了未知**参数**(2.9)μ。

注3：相应于数理统计中的表述，此处给出的是统计量的一种技术性定义。英语中，统计量(statistic)的复数形式就是统计学(statistics)，它是一门包括了统计方法应用标准中所叙述的分析方法的技术学科。

1.9

次序统计量　order statistic

由**随机样本**(1.6)中的**随机变量**(2.10)的值，依非降次序排列所确定的**统计量**(1.8)。

示例：假设样本观测值为9,13,7,6,13,7,19,6,10,7，则次序统计量的观测值为：6,6,7,7,7,9,10,13,13,19。这些值是$X_{(1)}, \cdots, X_{(10)}$的一次实现。

注1：假设**随机样本**(1.6)的**观测值**(1.4)为$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，按非降的次序排列为$x_{(1)} \leqslant \cdots \leqslant x_{(k)} \leqslant \cdots \leqslant x_{(n)}$，则$(x_{(1)}, \cdots, x_{(k)}, \cdots, x_{(n)})$是次序统计量$(X_{(1)}, \cdots, X_{(k)}, \cdots, X_{(n)})$的观测值，$x_{(k)}$为第$k$个次序统计量的观测值。

注2：在实际应用中，为获得一组数据的次序统计量，即是将数据按照注1中所述方式进行排序。将一组数据按上述方法排序后，还可获得其他几个术语定义的有用的统计量，如1.10、1.11等。

注3：次序统计量涉及按照非降次序排列后的位置来识别的样本值。正如示例所示，将样本值(随机变量的实现)排序比将未观测的随机变量排序更容易理解。它可以通过按照非降次序排列的**随机样本**(1.6)来理解随机变

量。比如，n 个随机变量的最大值可以先于它的实现值来研究。

注4：单个次序统计量是随机变量的一个特定函数。这个函数可以简单地由其在随机变量排序集合中的位置或序次(称为秩)来确定。

注5：结点值会引起一些潜在的问题，特别是对于离散随机变量或者是低分辨的实现。用“非降”而不是“递增”的说法可解决这个问题。需要强调的是结点值都要保留而不能合并成一个。在上面的示例中，“6”有两个实现，所以“6”是结点值。

注6：排序按照随机变量的实数值进行，而不是按照其绝对值进行。

注7：次序统计量 $(X_{(1)},\cdots,X_{(k)},\cdots,X_{(n)})$ 组成 n 维随机变量，n 是样本中观测值的个数。

注8：次序统计量的分量也是次序统计量，而且保持其在原样本排序中的位置标识。

注9：最小值，最大值以及样本量为奇数时的**样本中位数**(1.13)都是特殊的次序统计量。比如样本量为11，那么 $X_{(1)}$ 是最小值，$X_{(11)}$ 是最大值，$X_{(6)}$ 是样本中位数。

1.10

样本极差　sample range

最大**次序统计量**(1.9)与最小次序统计量的差。

示例：在1.9中的示例中，样本极差的观测值为19－6＝13。

注：在统计过程控制中，尤其当样本量相对比较小时，样本极差通常用来监测过程的离散程度随时间的变化。

1.11

中程数　mid-range

最大和最小**次序统计量**(1.9)的**平均值**(1.15)。

示例：1.9的示例中，中程数的观测值为(6＋19)/2＝12.5。

注：中程数能够对较小数据集的中心提供一种快捷而简单的估计。

1.12

估计量　estimator

$\hat{\theta}$

用于对参数 θ **估计**(1.36)的**统计量**(1.8)。

注1：**样本均值**(1.15)是**总体均值**(2.35) μ 的一个估计量。例如，对于**正态分布**(2.50)，样本均值是总体均值 μ 的估计量。

注2：要估计总体的特征(如**一维(元)分布**(2.16)的**众数**(2.27))，一个合适的估计量可以是分布参数估计量的函数，也可以是**随机样本**(1.6)的复杂函数。

注3：此处所讲的“估计量”是一个宽泛的概念。它包括某参数的点估计，也包括用于预测的区间估计。估计量也包括该估计量和其他特殊形式的统计量。另见1.36注的讨论。

1.13

样本中位数　sample median

若**样本量**(见GB/T 3358.2—2009，1.2.26) n 为奇数，则是第 $(n+1)/2$ 个**次序统计量**(1.9)；若样本量 n 是偶数，则是第 $n/2$ 与第 $(n/2)+1$ 个次序统计量之和除以2。

示例：续1.9的示例，8为样本中位数的一个实现，此时样本量为10(偶数)，第5和第6个次序统计量分别为7和9，其平均值为8。尽管严格来说样本中位数是作为一个随机变量来定义的，但在实际中也说“样本中位数为8”。

注1：对于样本量为 n 的**随机样本**(1.6)，其**随机变量**(2.10)按照非降顺序从1到 n 排列，如果样本量为奇数，则样本中位数为第 $(n+1)/2$ 个随机变量，如果样本量为偶数，则样本中位数为第 $(n/2)$ 个与第 $(n+1)/2$ 个随机变量的平均值。

注2：从概念上讲，对一个没有观测到的随机变量进行排序似乎是不可能的。但不经观测也可理解次序统计量的结构。在实际中，通过获得观测值并对其进行排序，从而得到次序统计量的实现。这些实现值可用于解释次序统计量的结构。

注3：样本中位数是分布中间位置的一个估计，各有一半的样本单元大于等于或小于等于它。

注4：样本中位数在实际问题中是有用的，它提供了一个对数据极端值不敏感的估计量。例如，中位收入和中位房价都是常用的统计指标。

1.14

k 阶样本矩　sample moment of order k

随机样本(1.6)中随机变量(2.10)的 k 次幂的和除以和中的项数。

注 1：对于样本量为 n 的随机样本 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$，$k$ 阶样本矩为：

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$$

注 2：本术语也称为 k 阶样本原点矩。

注 3：一阶样本矩即为**样本均值**(1.15)。

注 4：虽然本定义中 k 可取任意值，但在实际中常用的是 $k=1$[**样本均值**(1.15)]，$k=2$[与**样本方差**(1.16)和**样本标准差**(1.17)有关]，$k=3$[与**样本偏度系数**(1.20)有关]和 $k=4$[与**样本峰度系数**(1.21)有关]的情形。

1.15

样本均值　sample mean

平均数　average

算术平均值　arithmetic mean

随机样本(1.6)中随机变量(2.10)的和除以和中的项数。

示例：续 1.9 中的示例，观测值的和为 97，样本量为 10，样本均值的实现为 9.7。

注 1：在 1.8 中注 3 的意义下，样本均值作为统计量是随机样本中随机变量的函数。必须区分统计量与由随机样本中**观测值**(1.4)计算得出的样本均值的数值。

注 2：样本均值作为统计量，常用作**总体均值**(2.35)的估计量。算术平均值是它的同义词。

注 3：对样本量为 n 的随机样本 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$，样本均值为：$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$。

注 4：样本均值就是一阶样本矩。

注 5：样本量为 2 时，样本均值、**样本中位数**(1.13)和**中程数**(1.11)皆相同。

1.16

样本方差　sample variance

S^2

随机样本(1.6)中随机变量(2.10)与**样本均值**(1.15)差的平方和用和中项数减 1 除。

示例：续 1.9 中的示例，样本观测值与样本均值差的平方和为 158.10，样本量 10 减 1 为 9，计算得样本方差为 17.57。

注 1：样本方差 S^2 作为**统计量**(1.8)，是随机样本中随机变量的函数。必须区分这个统计量与根据随机样本**观测值**(1.4)计算得出的样本方差的数值，该值称为经验样本方差或观测样本方差，通常记作 s^2。

注 2：对样本量为 n 的随机样本 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$，样本均值为 $\overline{X}$，则

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2。$$

注 3：样本方差作为一个统计量"差不多"等于该**随机变量**(2.10)与**样本均值**(1.15)差的平方的平均数(其中"差不多"是指这里平均用 $n-1$ 而不是用 n 作分母)，用 $n-1$ 作分母是为**总体方差**(2.36)提供一个**无偏估计量**(1.34)。

注 4：$n-1$ 称为**自由度**(2.54)。

注 5：样本方差可以近似认为是**中心化样本随机变量**(2.31)的二阶样本矩(仅以 $n-1$ 代替 n)。

1.17

样本标准差　sample standard deviation

S

样本方差(1.16)的非负平方根。

示例：续 1.9 中的示例，观测样本方差为 17.57，观测样本标准差为 4.192。

注 1：实际中样本标准差用来估计**总体标准差**(2.37)。再次强调 S 也是一个**随机变量**(2.10)，而并不是**随机样本**(1.6)的实现。

注 2：样本标准差是**分布**(2.11)离散程度的一个度量。

1.18

样本变异系数　sample coefficient of variation

样本标准差(1.17)除以非零样本均值(1.15)的绝对值。

注：变异系数通常表示成百分数。

1.19

标准化样本随机变量　standardized sample random variable

随机变量(2.10)与其样本均值(1.15)的差除以样本标准差(1.17)。

示例：续1.9中的示例，观测样本均值为9.7，观测样本标准差为4.192，观测标准化随机变量(表示为两位小数)为：－0.17;0.79;－0.64;－0.88;0.79;－0.64;2.22,－0.88;0.07;－0.62。

注1：标准化样本随机变量应区别于理论上的**标准化随机变量**(2.33)。将随机变量标准化的目的在于使得其均值为0、标准差为1，便于解释和比较。

注2：标准化样本观测值的观测样本均值为0，观测样本标准差为1。

1.20

样本偏度系数　sample coefficient of skewness

随机样本(1.6)的标准化样本随机变量(1.19)三次幂的算术平均值。

示例：续1.9中的示例，观测样本偏度系数的计算结果为0.971 88。如本例中的样本量为10的情形，样本偏度系数不够稳定，因此应谨慎使用。根据注1给出的另一公式计算出的值为1.349 83。

注1：对应于定义中公式为：

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^3$$

有些统计软件里使用下面的公式修正样本偏度系数的**偏倚**(1.33)：

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n}Z_i^3$$

其中：

$$Z_i=\frac{X_i-\overline{X}}{S}$$

当样本量很大时，两个公式的差别可以忽略。当$n=10,100,1\,000$时，修偏估计值与定义中的估计值之比分别为1.389,1.031,1.003。

注2：偏度系数是对分布不对称性的度量，如果偏度系数接近0意味着真实分布近似对称。偏度系数不为零时意味着在某一侧尾部可能有极端值。有偏的数据也会在**样本均值**(1.15)与**样本中位数**(1.13)的差异上体现出来。正偏(右偏)数据表明可能有少数大的极端值。同样，负偏(左偏)数据表明可能有少数小的极端值。

注3：样本偏度系数也是**标准化样本随机变量**(1.19)的三阶样本矩。

1.21

样本峰度系数　sample coefficient of kurtosis

随机样本(1.6)的标准化样本随机变量(1.19)四次幂的算术平均值。

示例：续1.9中的示例，观测样本峰度系数的计算结果为2.674 19。如本例中的样本量为10的情形，样本峰度系数极不稳定，因此应谨慎使用。统计软件包在计算样本峰度系数时常进行了各种修正(参见2.40中的注3)。应用注1中的另一公式计算的值为0.436 05。不能直接比较2.674 19和0.436 05这两个数值。为此，应将2.674 19减去3(正态分布的峰度系数为3)，其差为－0.325 81，这个数值可与0.436 05进行比较。

注1：与定义对应的公式是：

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^4$$

一些统计软件包使用下面公式来修正样本峰度系数的**偏倚**(1.33)，它表示对正态分布峰度系数(等于3)的偏离：

$$\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum_{i=1}^{n}Z_i^4-\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

其中：

$Z_i = \dfrac{X_i - \overline{X}}{S}$。

当 n 充分大时，上式第二项近似为 3。有时为了强调与正态分布的比较，峰度表示为如 2.40 中定义的值减去 3。显然，实际应用者需要注意到统计软件包中是否包含任何修正。

注 2：峰度描述了(单峰)分布的重尾程度。对**正态分布**(2.50)，由于抽样随机性，样本峰度系数一般只近似，而不是恰好为 3。在实际应用中正态的峰度提供了一个基准值：峰度值小于 3 的**分布**(2.11)有比正态轻的尾部；峰度值大于 3 的分布有比正态重的尾部。

注 3：对于峰度观测值大于 3 很多的情形，一种可能是因为真实分布的尾部比正态尾部重，另一可能是分布中存在潜在的离群值。

注 4：样本峰度系数可认为是标准化随机变量的四阶样本矩。

1.22

样本协方差　sample covariance

S_{XY}

随机样本(1.6)中两个**随机变量**(2.10)对各自**样本均值**(1.15)的离差的乘积之和被求和项数减 1 除。

示例 1：考虑下列三个变量的 10 组观测值。在这个示例中，只考虑 x 和 y。

表 1　示例 1 的观测结果

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	38	41	24	60	41	51	58	50	65	33
y	73	74	43	107	65	73	99	72	100	48
z	34	31	40	28	35	28	32	27	27	31

X 的观测样本均值是 46.1，Y 的观测样本均值是 75.4，X 与 Y 的样本协方差等于：

$$[(38-46.1)\times(73-75.4)+(41-46.1)\times(74-75.4)+ \cdots +(33-46.1)\times(48-75.4)]/9=257.178$$

示例 2：在上例的表中，考虑 y 和 z，Z 的观测样本均值是 31.3，Y 与 Z 的样本协方差等于：

$$[(73-75.4)\times(34-31.3)+(74-75.4)\times(74-31.3)+\cdots+(48-75.4)\times(31-31.3)]/9 =-54.356$$

注 1：作为**统计量**(1.8)，样本协方差是样本量为 n 的随机变量对：$(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\cdots,(X_n,Y_n)$ 在(1.6)注 3 意义下的函数。这个统计量需要与随机样本中由抽样单元(1.2) $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 的观测值计算得到样本协方差的数值相区别。后者称为经验样本协方差或观测样本协方差。

注 2：样本协方差 S_{XY} 由下式给出：

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})$$

注 3：用 $n-1$ 除是为**总体协方差**(2.43)提供一个**无偏估计量**(1.34)。

注 4：表 1 的示例包含 3 个变量，而协方差定义中只涉及 2 个变量。在实际应用中经常会遇到多个变量的情况。

1.23

样本相关系数　sample correlation coefficient

r_{xy}

样本协方差(1.22)用相应**样本标准差**(1.17)的乘积来除。

示例 1：续 1.22 中的示例 1。X 的观测标准差为 12.945，Y 的观测标准差为 21.329。从而 X 和 Y 的观测样本相关系数为：

$$\frac{257.118}{12.948\times 21.329}=0.931\ 2$$

示例 2：继续 1.22 的示例 2，Y 的观测标准差为 21.329，Z 的观测标准差为 4.165。从而 Y 和 Z 的观测样本相关系数为：

$$\frac{-54.356}{21.329\times 4.165}=-0.612$$

注 1：样本相关系数的计算公式如下：

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}}$$

这个表达式等价于样本协方差与两方差乘积的平方根的比。有时用 r_{xy} 表示样本相关系数。观测样本相关系数是基于实现值 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 的。

注 2：观测样本相关系数取值在[−1,1]之间。取值接近于 1 表示强的正相关；取值接近于 −1 表示强的负相关。取值接近于 1 或 −1 表明数据点近似在一条直线上。

1.24

标准误差　standard error

$\sigma_{\hat{\theta}}$

估计量(1.12) $\hat{\theta}$ 的标准差(2.37)。

示例：如果以**样本均值**(1.15)作为**总体均值**(2.35)的一个估计，且**随机变量**(2.10)的标准差为 σ，则样本均值的标准误差为 $\sigma/\sqrt{n}$，其中 n 是样本中观测值的个数。标准误差的一个估计是 $S/\sqrt{n}$，其中 S 是**样本标准差**(1.17)。

注：不存在反义词“非标准”误差。通常在应用中，标准误差特指样本均值的标准差，记为 $\sigma_{\overline{X}}$，此时也常简称为“标准误”。

1.25

区间估计　interval estimator

由一个上限统计量和一个下限**统计量**(1.8)所界定的区间。

注 1：区间的一个端点可以是 $+\infty$，$-\infty$或是参数值的一个自然界限。如“0”是**总体方差**(2.36)区间估计的一个自然下限。在此情形，区间称为是单侧的。

注 2：区间估计可结合**参数**(2.9)**估计**(1.36)给出。区间估计通常是以假定在重复抽样下，区间包含所估计的参数确定比例或其他某种概率意义下给出的。

注 3：区间估计通常有三种：参数的**置信区间**(1.28)，对未来观测的**预测区间**(1.30)和**分布**(2.11)被包含一个确定比例的**统计容忍区间**(1.26)。

1.26

统计容忍区间　statistical tolerance interval

在规定置信水平下，由**随机样本**(1.6)确定的至少覆盖抽样**总体**(1.1)的指定比例的区间。

注：这里“置信”一词是指在大量重复意义下，所构造区间应至少包含抽样总体的指定比例。

1.27

统计容忍限　statistical tolerance limit

表示**统计容忍区间**(1.26)端点的**统计量**(1.8)。

注：统计容忍限可为以下两种情况的一种：

——单侧容忍限，即单侧的统计容忍上限或单侧的统计容忍下限，此时另一个容忍限为随机变量的自然界限；

——双侧容忍限，此时有两个统计容忍限。

1.28

置信区间　confidence interval

参数(2.9) θ 的**区间估计**(1.25) (T_0,T_1)，其中作为区间限的**统计量**(1.8) T_0,T_1，满足 $P[T_0<\theta<T_1]\geqslant 1-\alpha$。

注 1：置信度反映了在同一条件下大量重复**随机抽样**(1.6)中，置信区间包含参数真值的比例。置信区间并不能反映观测到的区间包含参数真值的**概率**(2.5)（观测到的区间只能是要么包含要么不包含参数真值）。

注 2：一个与置信区间相关的量是 $100(1-\alpha)\%$，称为置信系数或置信水平，其中 α 是一个小的数。对任意确定但未知的总体 θ 值，$P[T_0<\theta<T_1]\geqslant 1-\alpha$。置信系数通常取为 95%或 99%。

1.29

单侧置信区间　one-sided confidence interval

其中一个端点固定为$+\infty$，$-\infty$或某个自然确定边界的**置信区间**(1.28)。

注1：这是将定义1.28应用在$T_0=-\infty$或$T_1=+\infty$时的情形。单侧置信区间出现在只对一个方向感兴趣的情形。例如在移动电话安全音量测试中,关心的是安全上限。安全上限表示在假定安全条件下产生的音量的上界。在结构的力学测试中,关心的是设备失效的置信下限。

注2：另一种单侧置信区间的情况出现在参数有自然边界(例如为0)的情形中。在用**泊松分布**(2.47)作为顾客投诉次数的模型时,0是自然下限。又如,一个电子元件可靠度的置信区间可以为(0.98,1),其中1是可靠度的自然上限。

1.30

预测区间　prediction interval

由一个可连续观测的总体中抽取的**随机样本**(1.6)值所确定的,以一定置信水平使得来自同一**总体**(1.1)的未来随机样本值落在其中的变量取值范围。

注：预测通常关注的是来自相同总体的单个未来观测值。另一个实际背景是回归分析中由一系列独立观测值构造响应变量的预测区间。

1.31

估计值　estimate

估计量(1.12)的**观测值**(1.4)。

注：估计值是从观测值中获得的数值。对于一个假定的**概率分布**(2.11)中**参数**(2.9)的**估计**(1.36),估计量是指为了估计参数的**统计量**(1.8),而估计值是在估计量中使用观测值的结果。有时在估计的前面加形容词"点",即"点估计",强调估计结果是一个值;类似地在估计的前面加形容词"区间",即"区间估计",强调估计结果是一个区间。

1.32

估计误差　error of estimation

估计值(1.31)与待估计的**参数**(2.9)或总体特性值的差。

注1：总体特性值可以是参数的函数或某个与**概率分布**(2.11)有关的量。

注2：估计误差可由抽样、测量的不确定性、数值修约或其他原因引起。事实上,估计误差表示实际工作者所关心性能的底线。确定估计误差的来源是质量改进努力的关键。

1.33

偏倚　bias

估计误差(1.32)的**期望**(2.12)。

注1：本定义与GB/T 3358.2—2009(3.3.2)和**VIM**:1993 (5.25和5.28)有所不同。这里的偏倚正如1.34的注所指出的,具有更一般的意义。

注2：实际中偏倚的存在可能导致不幸的结果。例如低估材料的强度的偏倚可能导致设备的失效。在调查抽样中的偏倚导致根据民意测验结果引起决策的失误。

1.34

无偏估计量　unbiased estimator

偏倚(1.33)为0的**估计量**(1.12)。

示例1：一个由n个独立**随机变量**(2.10)组成的**随机样本**(1.6),每个服从**均值**(2.35)为μ,**标准差**(2.37)为σ的**正态分布**(2.50)。**样本均值**(1.15) $\overline{X}$和**样本方差**(1.16) S^2分别是**均值**μ和**方差**(2.36) σ^2的无偏估计量。

示例2：如1.37的注1所述的方差σ^2的**极大似然估计**(1.35)中,分母用$n-1$代替n,则它是无偏估计量。在应用中也经常使用**样本标准差**(1.17),注意使用$n-1$作为除数的样本方差的平方根并不是**总体标准差**(2.37)的无偏估计量。

示例3：一个由n个独立随机变量组成的随机样本,每一对都服从**协方差**(2.43)为$\rho\sigma_X\sigma_Y$的**二维正态分布**(2.65),则**样本协方差**(1.22)是总体协方差的无偏估计量。而协方差的的极大似然估计中,分母用的是n,而不是$n-1$,因此它是有偏估计量。

注 1：无偏估计是在平均意义下，给出了正确的值。无偏估计量为寻求总体参数的"最优"估计提供了一个有用的初始值。这里给出的定义是无偏估计量的一种统计特征。

注 2：在日常应用中，实际工作者通过某种机制，例如保证随机样本对总体的代表性，来努力避免可能出现的偏倚。

1.35

极大似然估计量　maximum likelihood estimator

使似然函数(1.38)达到或趋近最大值的**参数**(2.9)的估计量(1.12)。

注 1：当**分布**(2.11)(如**正态分布**(2.50)、**伽玛分布**(2.56)、**威布尔分布**(2.63)等)确定时，极大似然估计方法是获得参数估计值的一种成熟方法。极大似然估计量具有许多优良的统计性质(如在单调变换下不变)，对许多情形是一种可选择的估计方法。如果极大似然估计量有偏，有时需要进行简单的**偏倚**(1.33)修正。如 1.34 示例 2 所述的正态分布**方差**(2.36)的极大似然估计量是有偏，但偏倚随着样本量的增加而减少，若将分母 n 改为 $n-1$，即可将有偏的估计量修正为无偏的。

注 2：极大似然估计量和极大似然估计通常都简写成 MLE，应随上下文适当选用。

1.36

估计　estimation

通过从**总体**(1.1)中抽取的**随机样本**(1.6)，获得对该总体的一种统计表示的方法。

注 1：特别地，估计程序包含由**估计量**(1.12)到**具体估计值**(1.31)的过程。

注 2：估计是一个相当广泛的概念，包括点估计、区间估计或总体性质的估计。

注 3：统计表示经常是指假定模型下，**参数**(2.9)或参数函数的估计。更一般地，总体表示可以不完全确定，例如有关自然灾难影响的统计(应急管理者所希望得到的伤亡人数、财产损失或农业损失等的估计)。

注 4：通过对**描述性统计量**(1.5)的研究，可能揭示假定模型是否对数据提供了不适当的统计表示。如对模型拟合优度的度量，若拟合不足，可考虑选择其他模型，继续估计的过程。

1.37

极大似然估计　maximum likelihood estimation

基于**极大似然估计量**(1.35)进行的**估计**(1.36)。

注 1：对**正态分布**(2.50)，**样本均值**(1.15)是**参数**(2.9) μ 的**极大似然估计量**。分母用 n(而不是 $n-1$)的**样本方差**(1.16)是 σ^2 的**极大似然估计量**。一般情况下，样本方差分母使用 $n-1$，是为了得到 σ^2 的一个**无偏估计量**(1.34)。

注 2：极大似然估计有时用来描述从似然函数导出(极大似然)**估计量**(1.12)的过程。

注 3：尽管在某些情况下似然方程可以有显式解，但是很多情况下极大似然估计量是一组方程的迭代解。

注 4：极大似然估计量和极大似然估计值通常简写成 MLE，需随上下文来合理选择。

1.38

似然函数　likelihood function

在**观测值**(1.4)处，将**概率密度函数**(2.26)看作**分布族**(2.8)中**参数**(2.9)的函数。

示例 1：考虑从一个非常大的**总体**(1.1)中随机抽取 10 个个体，发现其中 3 个具有指定的特征。

对这个样本，总体中具有指定特征的比例的一个直观**估计值**(1.31)是 0.3(10 个中有 3 个)。在**二项分布**(2.46)模型下，似然函数(概率函数作为 p 的函数，其中 $n=10$，$x=3$)在 $p=0.3$ 处达到最大值，与直观相符。

这也可通过画出**二项分布**(2.46)的概率函数 $120p^3(1-p)^7$ 关于 p 的图形进一步验证。

示例 2：对**正态分布**(2.50)，可以证明，当**标准差**(2.37)已知时，似然函数在 μ 等于样本均值时达到最大值。

1.39

剖面似然函数　profile likelihood function

其余参数取使其极大化，而仅作为一个单**参数**(2.9)的**似然函数**(1.38)。

1.40

假设　hypothesis

H

关于**总体**(1.1)的陈述。

注：通常这个命题与**分布族**(2.8)中的一个或几个**参数**(2.9)，或与此分布族本身有关。

1.41

原假设 null hypothesis

H_0

用**统计检验**(1.48)方法来检验的**假设**(1.40)。

示例 1:在独立同分布**正态随机变量**(2.10)的**随机样本**(1.6)中,**均值**(2.35)和**标准差**(2.37)未知,对均值 μ 的一个原假设是:"均值小于或等于某给定值 μ_0"。上述原假设一般写成形式:$H_0:\mu \leqslant \mu_0$。

示例 2:原假设也可为:"**总体**(1.1)的统计模型是正态分布"。对此原假设,均值和标准差可以不确定。

示例 3:原假设也可为:"总体的统计模型是对称分布"。对此原假设,分布形式可以不确定。

注 1:显然,原假设可以由所有可能的概率分布的子集组成。

注 2:本定义应与**备择假设**(1.42)和**统计检验**(1.48)联合考虑。

注 3:在实际中,从不说"证明"了原假设,而是说在给定条件下,不足以拒绝原假设。进行假设检验的原始目的很可能是对于当前问题,希望检验结果支持一个指定的备择假设。

注 4:不拒绝原假设并不是"证明"了它真的成立,而只是说没有足够的证据拒绝它。此时原假设也许真的成立(或近似成立);也许由于样本的原因(如样本量不够大)而未能检出其中的差异。

注 5:有时,最初的兴趣是原假设,但对原假设的偏离也有意义。适当的样本量和检验指定的偏离或备择假设的功效能用来构造出合适评估原假设的检验方法。

注 6:与"不能拒绝原假设"相反,"接受备择假设"是一个肯定的结果,它支持所感兴趣的猜测。与诸如"这次不能拒绝原假设"之类的结论相比,"拒绝原假设,接受备择假设"更为明确。

注 7:原假设是构造相应的**检验统计量**(1.52)的出发点,该统计量用于对原假设的评估。

注 8:原假设通常记为 H_0。

注 9:若有可能,原假设与备择假设的命题应互斥,参见 1.48 的注 2 和 1.49 的示例。

1.42

备择假设 alternative hypothesis

H_A , H_1

对从所有不属于**原假设**(1.41)的可能容许**概率分布**(2.11)中选择的一个集合或其子集的陈述。

示例 1:在 1.41 示例 1 中,对应原假设的备择假设是"**均值**(2.35)大于该给定值",表示为:$H_A:\mu > \mu_0$。

示例 2:在 1.41 示例 2 中,对应原假设的备择假设是"总体的统计模型不是**正态分布**(2.50)"。

示例 3:在 1.41 示例 3 中,对应原假设的备择假设为"总体的统计模型是由非对称分布构成的"。对这个备择假设,非对称分布的具体形式没有确定。

注 1:在需要特别指定备择假设时,一般将原假设的补作为备择假设。

注 2:备择假设既可以记为 H_A,也可以记为 H_1,不存在优先选用的问题。

注 3:备择假设是与原假设相对立的一种陈述。对应的**检验统计量**(1.52)用于在原假设和备择假设之间进行抉择。

注 4:不能脱离原假设和**统计检验**(1.48)来考虑备择假设。

注 5:与"不能拒绝原假设"相比,"接受备择假设"是一个肯定的结果,它支持感兴趣的猜测。

1.43

简单假设 simple hypothesis

在一个**分布族**(2.8)中,指定了某单个**分布**(2.11)的**假设**(1.40)。

注 1:简单假设是选定的子集只由单个**概率分布**(2.11)组成的**原假设**(1.41)或**备择假设**(1.42)。

注 2:根据从**均值**(2.35)未知、标准差 σ 已知的**正态分布**(2.50)总体中独立抽取的**随机样本**(1.6),对均值 μ 的简单假设是均值等于一个给定值 μ_0,通常表示为如下形式:$H_0:\mu = \mu_0$。

注 3:简单假设完全确定了**概率分布**(2.11)。

1.44

复合假设 composite hypothesis

在一个**分布族**(2.8)中,指定了多于一个**分布**(2.11)的**假设**(1.40)。

示例 1:1.41 和 1.42 给出的**原假设**(1.41)和**备择假设**(1.42)都是复合假设的例。

示例 2:1.48 示例 3 中情形 3 的原假设是简单假设,示例 4 中的原假设也是简单假设,1.48 中其他假设都是复合

假设。

注：复合假设是所选定的子集由一个以上的概率分布组成原假设或备择假设。

1.45

显著性水平　significance level

α

〈统计检验〉原假设（1.41）为真，而被拒绝的最大概率（2.5）。

注：如果原假设是一个简单假设（1.43），则当原假设为真时，拒绝它的概率是一个确定的值。

1.46

第一类错误　Type Ⅰ error

拒绝事实上为真的原假设（1.41）的错误。

注1：事实上，第一类错误是一种不正确的判定。因此，要使这种不正确判定的概率（2.5）尽可能小。要使犯第一类错误的概率为0，只有永不拒绝原假设，而不管证据如何。当然，这是不可能的。

注2：在有些情况下（如检验二项参数 p），由于结果的离散性，有可能达不到预先设定的显著性水平，如0.05。

1.47

第二类错误　Type Ⅱ error

没有拒绝事实上不为真的原假设（1.41）的错误。

注：事实上，第二类错误是一种不正确的判定。因此，要使这种不正确判定的概率（2.5）尽可能小。第二类错误通常是在当样本量不够大，因而不足以揭示与原假设的偏离时发生。

1.48

统计检验　statistical test

显著性检验　significance test

判断是否拒绝原假设（1.41），支持备择假设（1.42）的方法。

示例1：作为例子，如果一个实际的连续随机变量（2.29）在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间取值，怀疑它的真实的概率分布不是正态分布（2.50），则可以按以下步骤构造假设：

——考虑所有在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 上取值的连续概率分布（2.23）；

——猜测真实的概率分布不是正态分布；

——原假设为：概率分布是正态分布；

——备择假设为：概率分布不是正态分布。

示例2：如果随机变量服从正态分布，标准差（2.37）已知，怀疑它的期望值 μ 与给定的值 μ_0 有偏离，则可以按示例3中的情形3的步骤构造假设。

示例3：本例考虑统计检验的三种可能情形。

情形1：猜测过程均值大于目标均值 μ_0。这个猜测导致如下假设：

原假设：　$H_0: \mu \leqslant \mu_0$

备择假设：$H_1: \mu > \mu_0$

情形2：猜测过程均值小于目标均值 μ_0。这个猜测导致如下假设：

原假设：　$H_0: \mu \geqslant \mu_0$

备择假设：$H_1: \mu < \mu_0$

情形3：猜测过程均值与目标均值不相容，但方向不确定。这个猜测导致如下假设：

原假设：　$H_0: \mu = \mu_0$

备择假设：$H_1: \mu \neq \mu_0$

在这三个情形中，假设的形成是从考虑备择假设和基本条件偏离的猜测导出的。

示例4：本例考虑两批产品（1和2）中的不合格品的比例 p_1 和 p_2，范围皆介于0和1之间。怀疑两批产品是不同的，因此猜测两个批不合格品率也不同。这个猜测导致如下假设：

原假设：　$H_0: p_1 = p_2$

备择假设：$H_1: p_1 \neq p_2$

注1：统计检验是一个方法，利用样本观测值来判断真实的概率分布是属于原假设还是备择假设，在一定条件下，这

种程序是有效的。

注 2：在实施统计检验之前，首先要在可利用信息基础上确定概率分布的可能集合。其次，在研究猜测的基础上，确认由可能为真的概率分布组成备择假设。最后，用备择假设的补来组成原假设。在很多情形下，概率分布的可能集(即原假设和备择假设)可以用相关参数值的集合来确定。

注 3：因为判断是在样本观测的基础上作的，这可能导致第一类错误(1.46)，即原假设为真时拒绝原假设；或第二类错误(1.47)，即备择假设为真时，没有拒绝原假设。

注 4：上面示例 3 中情形 1 和情形 2 是单侧检验的例子。情形 3 是双侧检验的例子。在这三个情形中，检验是单侧还是双侧，是由备择假设中参数 μ 的区域所决定的。更一般地，单侧还是双侧检验取决于作出拒绝原假设，支持备择假设判定的检验统计量的区域，即临界域。但它可能并不能像情形 1,2,3 那样，对参数空间的直接、简单的描述。

注 5：在应用统计检验时，必须注意应该遵循的基本假定。在偏离基本假定情形下，仍能做出稳定推断的统计检验称为是稳健的。例如对均值的单个样本 t 检验就是在非正态分布下非常稳健的一个例子。而对方差齐性的 Bartlett 检验则是非稳健方法的例子，它有可能在方差事实相同的分布中，过分拒绝方差齐性的假设。

1.49

p 值　*p*-value

在原假设(1.41)为真时，获得检验统计量(1.52)的观测值及更不支持原假设的其他值的概率(2.5)。

示例 1：考虑 1.9 中引入的数值例，为解释方便，假定这些观测值来自一个标称均值为 12.5 的过程，并且从先前经验看，相关的工程技术人员认为过程是一致低于该标称值。为研究，收集了一个样本量为 10 的随机样本，样本数据由 1.9 给出。合适的假设是：

原假设：　$H_0: \mu \geqslant 12.5$

备择假设：$H_1: \mu < 12.5$

样本均值是 9.7，正如所猜测的那样，比标称值小。但是它是否距 12.5 足够远，从而可以支持猜测？本例中，检验统计量(1.52)值为 −1.976 4，相应的 p 值为 0.040。这表明如果过程的真实的均值等于 12.5 时，则在 100 次观测中，最多有 4 次机会使检验统计量的值等于或低于 −1.976 4。如果预先设定的显著性水平是 0.05，则据此拒绝原假设，支持备择假设。

若将对此问题稍作不同的考虑。想象所关心的是过程偏离了目标值 12.5，但偏大还是偏小不定，这导致以下假设：

原假设：　$H_0: \mu = 12.5$

备择假设：$H_1: \mu \neq 12.5$

假定从随机样本中收集到相同数据，检验统计量也一样，其值为 −1.976 4。对这个备择假设，感兴趣的问题是"看到这样一个极端值或更极端的概率是多少?"在这种情形下，有两个相关的区域：一个是检验统计量值小于或等于 −1.976 4；另一个是统计量值大于或等于 1.976 4。t 检验统计量落在这两个区域中的一个的概率是 0.08(单侧值的两倍)。也就是说原假设为真时，检验统计量在 100 次观测中大约会有 8 次机会取此极端值或更极端的值。因此在 0.05 显著性水平下，原假设没有被拒绝。

注 1：若 p 值为 0.029，则在原假设为真的条件下，每 100 次观测中，仅有不到 3 次的机会使检验统计量的值取此极端值或更极端的值。据此，迫使我们应拒绝原假设，因为这是个相当小的 p 值。更正式地，如果显著性水平定为 0.05，而 p 值 0.029 小于 0.05，因而拒绝原假设。

注 2：有人将 p 值称为显著概率，但它不能与显著性水平(1.45)混淆，后者在应用中是指定的常值。

1.50

检验功效　power of a test

1 减去犯第二类错误(1.47)的概率(2.5)。

注 1：对于一个分布族(2.8)，检验功效是未知参数(2.9)的函数，它是当该参数为真时拒绝原假设(1.41)的概率(2.5)。

注 2：在大多数有实际意义的情形中，增加样本量会增加检验的功效。换句话说，当备择假设(1.42)为真时，拒绝原假设的概率随着样本量的增加而增加，从而减小了犯第二类错误的概率。

注 3：在检验情形下，人们愿意样本量变得足够大，这样即使距原假设有小的偏离也应该能被检测到，从而拒绝原假设。换句话说，当样本量变得足够大时，对每个对应原假设的备择假设，检验功效都接近于 1。这样的检验称

为相合的。假定显著性水平相同，原假设和备择假设不变，用功效比较两个检验，认为功效大的检验是更有效的。对相合性和有效性有更正式的数学描述，这超出了 GB/T 3358 本部分的范围(可参考各种统计百科全书或数理统计教材)。

1.51

功效曲线　power curve

表示作为**分布族**(2.8)中总体**参数**(2.9)函数的**检验功效**(1.50)值的曲线。

注：功效函数等于 1 减去操作特性值。

1.52

检验统计量　test statistic

用于**统计检验**(1.48)的**统计量**(1.8)。

注：检验统计量用来评判考察的**概率分布**(2.11)是否与**原假设**(1.41)或**备择假设**(1.42)相符。

1.53

图形描述性统计量　graphical descriptive statistics

图形形式的**描述性统计量**(1.5)。

注：描述性统计量的目的一般是将大量的数据减少到容易控制的数量或者用一种直观的方式来展现数据。图形概括的例子包括箱线图、概率图、Q-Q 图、正态分位数图、散点图、多元散点图和直方图(1.61)。

1.54

数值描述性统计量　numerical descriptive statistics

数值形式的**描述性统计量**(1.5)。

注：数值描述性统计量包括**平均数**(1.15)、**样本极差**(1.10)、**样本标准差**(1.17)、四分位距等等。

1.55

类(组)　classes

注：所有分类(组)既不重叠，又是穷尽的。

1.55.1

类　class

〈定性特性〉来自**样本**(1.3)的某些个体的集合。

1.55.2

类　class

〈有序特性〉有序尺度下一个或者多个相邻类别的集合。

1.55.3

组　class

〈定量特性〉实数轴上的区间。

1.56

组限　class limits; class boundaries

〈定量特征〉定义**组**(1.55.3)的上、下边界值。

注：本定义指定量特性组的边界。

1.57

组中值　mid-point of class

〈定量特征〉上、下**组限**(1.56)的**平均数**(1.15)。

1.58

组距　class width

〈定量特征〉**组**(1.55.3)的上限减去其下限。

1.59

频数　frequency

给定**类(组)**(1.55)中，特定事件发生的次数或**观测值**(1.4)的个数。

1.60

频数分布　frequency distribution

类(组)(1.55)与其中特定事件发生的次数或观测值(1.4)的个数之间的经验关系。

1.61

直方图　histogram

频数分布(1.60)的一种图形表示,由一些相邻的长方形组成,每个长方形的底宽等于组距(1.58),面积与组的频数成比例。

注:要注意从不等组距的组中产生数据的情况。

1.62

条形图　bar chart

由一组宽度相同、高度与频数(1.59)成比例的长方形组成的,表示名义特性频数分布(1.60)的图形。

注 1:有时为了美观,将长方形画成三维图形,但这并不会增加任何信息,所以不推荐使用。条形图中的长方形并不需要相邻。

注 2:由于现成软件大都没有按此处的定义绘制,现在直方图和条形图的差别越来越模糊。

1.63

累积频数　cumulative frequency

给定界限以下所有类(组)的频数(1.59)之和。

注:本定义只适用于对应于组限(1.56)的给定界限值。

1.64

频率　relative frequency

用事件或者观测值(1.4)发生的总数目除频数(1.59)。

1.65

累积频率　cumulative relative frequency

用事件或者观测值(1.4)发生的总数目除累积频数(1.63)。

2　用于概率的术语

2.1

样本空间　sample space

Ω

所有可能结果的集合。

示例 1:考虑某消费者所购买电池的寿命(失效时间)。若电池一开始使用时就失效,其寿命为 0;若电池开始能工作,则有一个以小时表示的寿命。因此,样本空间包含{电池一开始就失效}和{电池寿命为 x 小时,$x>0$}两类结果。本例在本章中经常会用到,在 2.68 还将对它作进一步的讨论。

示例 2:一个盒子里装有标着 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 的 10 个电阻。如果从盒中不放回地随机抽出两个电阻,则样本空间包含以下 45 个结果:(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(2,9),(2,10),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(3,8),(3,9),(3,10),(4,5),(4,6),(4,7),(4,8),(4,9),(4,10),(5,6),(5,7),(5,8),(5,9),(5,10),(6,7),(6,8),(6,9),(6,10),(7,8),(7,9),(7,10),(8,9),(8,10),(9,10)。事件(1,2)认为与事件(2,1)是相同的,此时不考虑抽取电阻的次序。如果考虑抽样次序,则认为事件(1,2)与事件(2,1)是不同的,在这种情况下,样本空间中共有 90 个结果。

示例 3:在上例中,如果允许放回抽样,那么事件(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),(7,7),(8,8),(9,9),(10,10)也应包含在样本空间中。若不考虑抽样次序,样本空间中有 55 个结果;若考虑抽样次序,则样本空间中有 100 个结果。

注 1:结果可以由一个实际的实验或一个完全假设的实验得到,这些结果可以明确列出,例如可由正整数{1,2,3,…}组成的可列集,也可能是整个实数轴。

注 2:样本空间是概率空间(2.68),的第一要素。

2.2

事件　event

A

样本空间(2.1)的子集。

示例1:续2.1中的示例1。以下都为事件的例子:{0},(0,2),{5,7},[7,+∞),分别表示电池一开始就失效,开始能工作但寿命不到2 h,寿命恰好为5 h或7 h,寿命等于或大于7 h。{0}和{5,7}都只包含单个数值的集合;(0,2)为实数轴上的开区间;[7,+∞)为实数轴上左闭右开的一个无限区间。

示例2:续2.1中的示例2。考虑不放回抽样且不考虑抽样次序情形。定义事件A为{样本中至少包含电阻1或者电阻2},该事件有17个结果(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(2,9)和(2,10)。定义事件B为{样本中不包含电阻8,9或10},该事件有21个结果(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(4,5),(4,6),(4,7),(5,6),(5,7),(6,7)。

示例3:续示例2。事件A和B的交集(即至少包含电阻1或2中的一个,又不包含电阻8,9和10中的任一个),有11个结果:(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7)。

事件A和B的并集(即或至少包含电阻1或2中的一个,或不包含电阻8,9和10中的任一个),有27个结果:(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(2,8),(2,9),(2,10),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(4,5),(4,6),(4,7),(5,6),(5,7),(6,7)。

顺便指出,事件A和B的并集中的结果数为事件A中的结果数加上事件B中的结果数减去事件A和B交集中的结果数,即17+21－11=27。

注:对确定的事件和一个实验结果,如果该实验结果属于这个事件,则称该事件发生。实际感兴趣的事件属于事件σ代数(2.69),后者是概率空间(2.68)的第二个要素。在赌博游戏(如扑克、轮盘赌等)中,所感兴趣的事件包含的结果数决定了它发生机会的大小。

2.3

对立事件　complementary event

A^c

样本空间(2.1)中,给定事件(2.2)以外的其余部分。

示例1:续2.1中的示例1。事件{0}的对立事件为(0,+∞),即事件"电池一开始就失效"的对立事件是"电池开始能工作"。事件[0,3)为电池一开始就失效或寿命小于3 h,它的对立事件是[3,+∞),即电池寿命达到或超过3 h。

示例2:续2.2中的示例2。通过考虑B的对立事件:{至少包含电阻8,9,10中的一个},容易得到事件B中的实验结果数目。B的对立事件有7+8+9=24个结果,即(1,8),(2,8),(3,8),(4,8),(5,8),(6,8),(7,8),(1,9),(2,9),(3,9),(4,9),(5,9),(6,9),(7,9),(8,9),(1,10),(2,10),(3,10),(4,10),(5,10),(6,10),(7,10),(8,10),(9,10)。由于整个样本空间有45个结果,因此事件B有45－24＝21个结果:(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(3,4),(3,5),(3,6),(3,7),(4,5),(4,6),(4,7),(5,6),(5,7),(6,7)。

注1:对立事件是相应事件在样本空间的补集。

注2:对立事件也是一个事件。

注3:对给定的事件A,A的对立事件通常记为A^c。

注4:有时计算对立事件的概率比计算事件本身的概率要容易。例如,事件:"从一个包含有1 000个产品,不合格品率为1%的总体中随机抽取10个产品,至少有一个不合格品"包含非常多可能的结果,此时计算其对立事件"没有不合格品"的概率要容易得多。

2.4

独立事件　independent events

其交的概率(2.5)等于各自事件概率乘积的两个事件(2.2)。

示例1:考虑投掷一红一白两枚正六面体的均匀骰子,可能结果有36个,每个发生的概率都是1/36。记D_i为两枚骰子点数之和为i的事件,W为白色骰子点数为1的事件,则事件W与事件D_7相互独立,但事件W与事件D_i(i=2,3,4,5,6)不独立。不独立的事件也称为相依事件。

示例2:在应用中,独立事件和相依事件容易判断。在事件或者环境相依的情形下,知道与其相关事件的结果是相

当有用的。例如,一个准备做心脏手术的病人,如果他有吸烟史或其他危险因素,手术成功的预期就大不相同。吸烟和手术失败引起的死亡是相依的。作为对照,死亡似乎和病人出生在星期几是独立的。在可靠性问题中,有相同失效原因的元件的失效时间是不独立的。例如,反应堆中的燃料棒发生爆裂概率很低,但在有一根燃料棒爆裂的条件下,其毗邻的燃料棒随着发生爆裂的概率就会大为增加。

示例 3:续 2.2 中的示例 2。假定抽样是一个简单随机抽样,每个结果发生的概率都为 1/45,则 $P(A)=17/45=0.377\,8$,$P(B)=21/45=0.466\,7$,$P(A\cap B)=11/45=0.244\,4$。由于 $P(A)P(B)=(17/45)\times(21/45)=0.176\,3$,并不等于 0.244 4,所以事件 A 和事件 B 不独立。

注:本定义是关于两个事件的,可以将其推广到多个事件情形。对事件 A 和 B,独立的条件为 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$。三个事件 A, B, C 相互独立的条件是:

$$P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B)P(C)$$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)$$

$$P(B\cap C)=P(B)P(C)$$

$$P(A\cap C)=P(A)P(C)$$

更一般地,多于两个事件的事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 称为相互独立,如果对于事件组任意给定子集中事件交的概率等于子集中每个事件概率的乘积。此条件要求对事件组中的任一子集均成立。可以构造这样的例子:每对事件都独立,但三个事件不独立(即两两独立,但不相互独立)。

2.5

[事件 A 的]概率　probability [of an event A]

$P(A)$

赋予事件(2.2)闭区间[0,1]中的一个实数。

示例:续 2.1 中示例 2。事件的概率可通过计算构成该事件的所有结果的概率求得。如果 45 个结果具有相同的概率,每个结果发生的概率为 1/45,那么某个事件发生的概率等于该事件所包含的结果数除以 45。

注 1:概率测度(2.70)对所有事件都赋予了[0,1]上的实数值,而事件的概率只是概率测度赋予该事件的特定值。

注 2:本定义中的概率指的是某个特定事件的概率。概率可能与事件在长期试验中发生的频率有关,或是对一个事件 A 可能发生的相信程度。通常事件 A 发生的概率用 $P(A)$ 表示,当需要考虑概率空间(2.68)时,用 $\wp(A)$ 表示事件 A 发生的概率。

2.6

条件概率　conditional probability

$P(A\mid B)$

事件 A 与事件 B 交的概率(2.5)除以事件 B 的概率。

示例 1:续 2.1 中示例 1。考虑事件(2.2) $A=$ {电池寿命至少为 3 h},即 $[3,+\infty)$,设事件 $B=$ {电池一开始就有电},即 $(0,+\infty)$,给定事件 B 下事件 A 发生的条件概率 $P(A\mid B)$ 是指一开始就有电的电池中,其寿命至少为 3 h 的概率。

示例 2:续 2.1 中示例 2。设抽样是不放回的,在第一次抽取到电阻 2 的条件下,第二次再抽到电阻 2 的概率等于 0。如果所有电阻被抽取的概率相等,第一次未抽到电阻 2 的条件下,第二次抽到电阻 2 的概率为 0.111 1。

示例 3:续 2.1 中示例 2。如果抽取是放回的,且所有电阻在每次抽取中被抽中的概率相等,则电阻 2 在第一次不论被抽到与否,第二次抽到它的概率都是 0.1。因此第一次抽出的结果和第二次抽出的结果是独立事件。

注 1:事件 B 发生的概率要求大于 0。

注 2:"给定 B 下 A 的"可更完整地表述为"给定事件 B 发生条件下的事件 A"。

注 3:如果给定事件 B 发生条件下事件 A 的条件概率等于事件 A 发生的概率,则事件 A 与事件 B 相互独立。也就是说,事件 B 发生与否不影响事件 A 的发生。

2.7

[随机变量 X 的]分布函数　distribution function [of a random variable X]

$F(x)$

随机变量(2.10) X 的取值落在 $(-\infty,x]$ 上这一事件(2.2)发生的概率(2.5)。

注 1:随机变量 X 的分布函数是 x 的函数,它给出了随机变量 X 值小于或等于 x 这一事件的概率,即 $F(x)=P(X\leqslant x)$。

注2：分布函数 $F(x)$ 关于 x 是非降的。

注3：对**多维分布**(2.17)，分布函数是指多维分布中每个随机变量小于或等于指定值的**概率**(2.5)。多维分布函数定义为：

$$F(x_1, x_2, \cdots, x_n) = P(x_1 \leqslant x_1, x_2 \leqslant x_2, \cdots, x_n \leqslant x_n)$$

注4：分布和随机变量是离散型的或是连续型，取决于其分布函数的分类。通常，分布函数分为**离散型分布函数**(2.22)和**连续型分布函数**(2.23)，但也有其他的可能。对2.1中电池的示例，电池寿命的一个可能的分布函数为：

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.1, & x = 0 \\ 0.1 + 0.9[1 - \exp(-x)], & x > 0 \end{cases}$$

由该分布函数可知：电池寿命是非负的，有10%的可能性它一开始就不能工作，若开始能正常工作，则寿命服从均值为1 h的**指数分布**(2.58)。

注5：通常分布函数缩写为cdf(cumulative distribution function，即累积分布函数)。

2.8

分布族　family of distributions

概率分布(2.11)的集合。

注1：概率分布族一般用概率分布的**参数**(2.9)来标记。

注2：通常，概率分布的**均值**(2.35)和/或**方差**(2.36)常用作分布族的标记，当参数多于两个时，它们也可能为分布族的部分标记。在其他情形，均值和方差不一定是分布族的显式参数，而是参数的函数。

2.9

参数　parameter

分布族(2.8)的标记。

注1：参数可以是一维的也可以是多维的。

注2：某些参数可作为位置参数，特别当该参数对应分布族的均值时；某些参数可作为刻度参数，特别当该参数恰好是与分布的**标准差**(2.37)成正比。既不是位置参数又不是刻度参数的参数通常视为形状参数。

2.10

随机变量　random variable

〈一维情形〉定义在**样本空间**(2.1)上，取值为实数的函数。

〈k维情形〉定义在**样本空间**(2.1)上，取值为k元有序实数的函数。

示例：续2.1中电池的示例。样本空间由如下事件生成：{电池开始使用时即失效，或开始能正常，但在x小时失效}。这些事件难以用数学进行处理。因此自然地把每个事件与电池寿命(一个实数)相联系。当随机变量取值为零时，表示电池开始使用时即失效。当随机变量取值大于零时，可以理解为电池一开始正常工作，然后突然在一个特定值时失效。应用随机变量使我们可以回答诸如"电池寿命超过它保证使用时间(比如6 h)的概率是多少？"这样的问题。

注1：通常**随机变量**有个维数k。若$k=1$，称为一维随机变量；当$k>1$时，称为多维随机变量。在实际中，当维数为指定的k时，称该随机变量为k维的。

注2：一维随机变量是定义在**样本空间**(2.1)上的实值函数。

注3：取值于二元有序实数的随机变量称为二维随机变量。

注4：k元有序实数的例：$(x_1, x_2, \cdots, x_k)$。一个k元有序实数就是一个k维向量(行向量或列向量)。

注5：k维随机变量的第j个分量对应于k元有序实数中第j个分量的随机变量。

2.11

概率分布　probability distribution

分布　distribution

由**随机变量**(2.10)导出的**概率测度**(2.70)。

示例：续2.1中的示例。电池的寿命分布完整地描述在所有指定时间失效的概率，我们不可能确切知道给定电池的失效时间，也不知道(事先去检验)电池开始工作后是否能继续工作。概率分布完全刻画了一个不确定结果的概率性质。在2.7的注4中，给出了概率分布的一种表示方法，即分布函数。

注1：对一个分布，有许多等价的数学表达，包括**分布函数**(2.7)，**概率密度函数**(2.26)(如果存在的话)，及特征函数。尽管难易程度不同，这些表达都使我们能确定随机变量在给定区域内取值的概率。

注2：随机变量是样本空间子集到实直线上的一个函数，比如，一个随机变量能取任意实数这一事件的概率为1，就是一例。对电池的例子而言，$P(X \geqslant 0)=1$。在许多情况下，用随机变量和它的分布之一表达比用基本的概率测度更容易处理。但是概率测度保证了从一种表达方式到另一种表达方式时的一致性。

注3：只有一个分量的随机变量称为一维或单变量(一元)概率分布。如果一个随机变量有两个分量，我们称为二维或二变量(二元)概率分布，如果这个随机变量有不少于两个分量，则称它是多维或者多变量(多元)概率分布。

2.12

期望　expectation

随机变量(2.10)的函数关于**概率测度**(2.70)在**样本空间**(2.1)上的积分。

注1：**随机变量** X 的函数 $g(X)$ 的期望用 $E[g(X)]$ 表示，可以按下式计算：

$$E[g(X)]=\int_{\Omega} g(X)\mathrm{d}P=\int_{R^k} g(x)\mathrm{d}F(x)$$

其中 $F(x)$ 是对应的分布函数。

注2：$E[g(X)]$ 中的"E"来自于期望的英文词 **expectation** 的首个字母。根据上述计算公式，E 可以看作随机变量到实线映射的一个算子或函数。

注3：对 $E[g(X)]$ 给出了两种积分，第一种把期望作为样本空间上的积分，这更抽象，不太实用，因为很难处理事件本身(例如事件用文字叙述给出)。第二个积分描述了在 R^k 上的计算，这种表达更常用。

注4：在许多实际应用场合中，上面积分中的被积函数都有具体形式。例如在 r **阶矩**(2.34)的注中 $g(x)=x^r$，**均值**(2.35)的注中 $g(x)=x$ 以及**方差**(2.36)的注中 $g(x)=[x-E(X)]^2$。

注5：本定义并不局限于前面的示例和注中所提到的一维积分。高维情况见2.43。

注6：对**离散随机变量**(2.28)，注1中的第二个积分用求和号代替。见2.35的示例。

2.13

p 分位数　p-quantile; p-fractile

X_p，x_p

对 $0<p<1$，使**分布函数**(2.7) $F(x)$ 大于或等于 p 的所有 x 的下确界。

示例1：考虑**二项分布**(2.46)，表2给出参数 $n=6$，$p=0.3$ 的二项分布的概率函数。分布的某些 p 分位数为：

$x_{0.1}=0$

$x_{0.25}=1$

$x_{0.5}=2$

$x_{0.75}=3$

$x_{0.90}=3$

$x_{0.95}=4$

$x_{0.99}=5$

$x_{0.999}=5$

由于二项分布是离散的，它的 p 分位数都是整数。

表2　二项分布的示例

x	$P(X=x)$	$P(X \leqslant x)$	$P(X>x)$
0	0.117 649	0.117 649	0.882 351
1	0.302 526	0.420 175	0.579 825
2	0.324 135	0.744 310	0.255 690
3	0.185 220	0.929 530	0.070 470
4	0.059 535	0.989 065	0.010 935
5	0.010 206	0.999 271	0.000 729
6	0.000 729	1.000 000	0.000 000

示例2:考虑标准正态分布(2.51),表3是对分布函数的某些数值及对应的 p 分位数:

表3 标准正态分布示例

p	满足 $P(X \leqslant x) = p$ 的 x
0.1	−1.282
0.25	−0.674
0.5	0.000
0.75	0.674
0.841 344 75	1.000
0.9	1.282
0.95	1.645
0.975	1.960
0.99	2.326
0.995	2.576
0.999	3.090

由于 X 的分布是连续的,第二列的标题也可以写为:满足 $P(X<x)=p$ 的 x。

注1:对于**连续分布**(2.23),如果 p 是0.5,则0.5分位数即为**中位数**(2.14)。对 p 等于0.25,相应的0.25分位数被称为下四分位数。对于连续分布,分布的25%低于0.25分位数而分布的75%高于0.25分位数。当 p 等于0.75,相应的0.75分位数被称为上四分位数。

注2:通常,分布的 $100p\%$ 小于 p 分位数;分布的 $100(1-p)\%$ 大于 p 分位数。但很难确定离散分布的中位数,因为会有很多值满足定义。

注3:如果 F 是连续且严格递增的,则 p 分位数是 $F(x)=p$ 的解,此时定义中的"下确界"可被替换为"最小值"。

注4:如果分布函数在某一个区间上都等于常数 p,则这个区间上的所有值都是这个分布的 p 分位数。

注5:p 分位数的定义仅适用于**一维分布**(2.16)。

2.14

中位数 median

0.5**分位数**(2.13)。

示例:在2.7注4的示例中,通过解 x 的方程 $0.1+0.9[1-\exp(-x)]=0.5$,可得中位数为0.587 8。

注1:中位数是在实际中最常用的 **p 分位数**(2.13)之一。连续**一维分布**(2.16)的中位数满足:**总体**(1.1)的一半大于或等于中位数,另一半小于或等于中位数。

注2:中位数的定义仅适用于**一维分布**(2.16)。

2.15

四分位数 quartile

0.25 **分位数**(2.13)或0.75 **分位数**。

示例:续2.14中的示例。可以证明0.25分位数是0.182 3以及0.75分位数是1.280 9。

注1:0.25分位数称为**下四分位数**;而0.75分位数称为**上四分位数**。

注2:分位数的定义仅适用于**一维分布**(2.16)。

2.16

一维概率分布 univariate probability distribution

一维分布 univariate distribution

单个**随机变量**(2.10)的**概率分布**(2.11)。

注:一维[概率]分布是关于单个随机变量的,故也称为单变量分布。**二项分布**(2.46),**泊松分布**(2.47),**正态分布**(2.50),**伽玛分布**(2.56),***t* 分布**(2.53),**威布尔分布**(2.63)以及**贝塔分布**(2.59)都是一维分布的例子。

2.17

多维概率分布　multivariate probability distribution

多维分布　multivariate distribution

两个或两个以上**随机变量**(2.10)的**概率分布**(2.11)。

注1：对恰有两个随机变量的概率分布，修饰词“多维”经常用更限定的修饰词“二维”。正如前面提到的，一个随机变量的概率分布，可以明确地称为一维分布或**单变量分布**(2.16)。由于单变量场合有明显的优势，因此除非另有说明通常都假设是单变量的。

注2：多维概率分布有时也称为联合分布。

注3：**多项分布**(2.45)，**二维正态分布**(2.65)，**多维正态分布**(2.64)是GB/T 3358中提到的部分多维概率分布的例子。

2.18

边缘概率分布　marginal probability distribution

边缘分布　marginal distribution

k维**随机变量**(2.10)所有分量的非空真子集的**概率分布**(2.11)。

示例1：三个随机变量X，Y和Z的概率分布，有三个二维边缘分布即(X,Y)的分布，(X,Z)的分布和(Y,Z)的分布，有三个单变量的边缘分布即X的分布，Y的分布和Z的分布。

示例2：若(X,Y)的分布为**二维正态分布**(2.65)，则分别考虑X和Y的分布都是边缘分布，且都是**正态分布**(2.50)。

示例3：对**多项分布**(2.45)，如果$k>3$，(X_1,X_2)的分布是边缘分布。分别考虑$x_1,x_2,\cdots,x_k$中每个变量的分布也都是边缘分布，每个都是**二项分布**(2.46)。

注1：在一个k维联合分布中，包含k_1($k_1<k$)个随机变量的概率分布是边缘分布。

注2：给定一个用**概率密度函数**(2.26)表示的多维**连续概率分布**(2.23)，其边缘概率分布的概率密度函数，可以通过概率密度函数对不属于边缘分布中的变量积分得到。

注3：给定一个用**概率函数**(2.24)表示的多维**离散概率分布**(2.22)，其边缘概率分布的概率函数，可以通过概率函数对不属于边缘分布中的变量求和得到。

2.19

条件概率分布　conditional probability distribution

条件分布　conditional distribution

将**样本空间**(2.1)限制在其一个非空子集上，且将受限制的样本空间的概率调整为1的**概率分布**(2.11)。

示例1：在2.7注4的示例中，给定电池一开始能工作的电池条件寿命分布为**指数分布**(2.58)。

示例2：对**二维正态分布**(2.65)，给定$X=x$，Y的条件概率分布反映了已知X的信息对Y的影响。

示例3：考虑随机变量X，它刻画了每年某地由于毁灭性的飓风事件造成的保险损失的分布。因为在给定一年中某地可能没有任何飓风发生，所以这个分布在0损失点可能存在一个非0的概率，因此感兴趣的研究是在某地飓风发生的年份中损失的条件分布。

注1：在具有两个随机变量X和Y的分布中，既有X的条件分布也有Y的条件分布。X在$Y=y$下的条件分布称为“给定$Y=y$下X的条件分布”，同样Y在$X=x$下的条件分布称为“给定$X=x$下Y的条件分布”。

注2：**边缘概率分布**(2.18)可认为是无条件分布。

注3：上面的示例1说明了存在下面的情形：一个单变量的条件分布经过设定条件后被调整为另一个单变量的分布，一般这个分布不同于原来的分布。但对指数分布，在任意时刻(如前10 h)尚未失效的条件下，失效的条件分布仍为具有相同参数的指数分布。

注4：条件分布可用于某些特定结果是不可能时的离散分布。例如，在考虑肿瘤病人总体中，泊松分布可以作为在病人数严格为正(没有肿瘤的人不作为病人)的条件下，肿瘤病人数的模型。

注5：条件分布出现在把样本空间限制在一个特定子集的情况下。对服从**二维正态分布**(2.65)的(X,Y)，可能会对发生的事件必须落在单位正方形$[0,1]\times[0,1]$上的(X,Y)的条件分布感兴趣，也可能只是对给定$X^2+Y^2\leqslant r$时(X,Y)的条件分布感兴趣。

2.20

回归曲线　regression curve

给定随机变量 $X=x$ 的条件下，**随机变量**(2.10)Y 的**条件概率分布**(2.19)的**期望**(2.12)值的集合。

注：此处，回归曲线是在 (X,Y) 服从一个二维分布(见 2.17 的注 1)的框架下定义的，因此不同于通常回归分析中所讨论的 Y 与自变量的某个确定集合的关系。

2.21

回归曲面　regression surface

给定随机变量 $X_1=x_1$ 和 $X_2=x_2$ 的条件下，**随机变量**(2.10)Y 的**条件概率分布**(2.19)的**期望**(2.12)的集合。

注：如同 2.20，此处的回归曲面是在 (Y,X_1,X_2) 服从一个**多维分布**(2.17)的框架下定义的。因此也与回归曲线一样，此处的回归曲面也是与回归分析和响应面方法中所用概念不同。

2.22

离散概率分布　discrete probability distribution

离散分布　discrete distribution

样本空间(2.1)是有限的或可列无限多的**概率分布**(2.11)。

示例：离散分布的示例有**多项分布**(2.45)、**二项分布**(2.46)、**泊松分布**(2.47)、**超几何分布**(2.48)和**负二项分布**(2.49)。

注 1："离散"意味着样本空间是有限的，或是无限可列的，其中序列是显式的，如缺陷数为：0，1，2，…。例如，二项分布对应于一个有限的样本空间{0，1，2，…，n}；而泊松分布对应于一个可列无限的样本空间{0，1，2，…}。

注 2：验收抽样中的计数数据涉及到离散分布。

注 3：离散分布的**分布函数**(2.7)是间断的。

2.23

连续概率分布　continuous probability distribution

连续分布　continuous distribution

分布函数(2.7)在 x 点的值可以被表示为一个非负函数从 $-\infty$ 到 x 的积分的**概率分布**(2.11)。

示例：任何一个含有在工业应用中出现的计量数据实际上都会产生连续分布。

注 1：连续分布的例子有**正态分布**(2.50)，**标准正态分布**(2.51)，t **分布**(2.53)，F **分布**(2.55)，**伽玛分布**(2.56)，**卡方分布**(2.57)，**指数分布**(2.58)，**贝塔分布**(2.59)，**均匀分布**(2.60)，**Ⅰ型极值分布**(2.61)，**Ⅱ型极值分布**(2.62)，**威布尔分布**(2.63)以及**对数正态分布**(2.52)等。

注 2：定义中提到的非负函数就是**概率密度函数**(2.26)。要求一个分布函数处处可微并不是必须的，然而实际上，很多常用的连续分布都有这样的性质：它们的分布函数的导数就是对应的概率密度函数。

注 3：在验收抽样中的计量数据服从连续概率分布。

2.24

概率函数　probability[mass]fuction

〈离散分布〉表示**随机变量**(2.10)等于给定值的**概率**(2.5)的函数。

示例 1：在掷三个均匀硬币中表示正面向上个数的随机变量 X 的**概率函数**为：

$P(X=0)=1/8$

$P(X=1)=3/8$

$P(X=2)=3/8$

$P(X=3)=1/8$

示例 2：应用中常见的**离散分布**(2.22)给出了各种概率函数。一维离散分布的例子包括**二项分布**(2.46)、**泊松分布**(2.47)、**超几何分布**(2.48)和**负二项**(2.49)分布。多维离散分布的一个例子是**多项分布**(2.45)。

注 1：概率函数可表示为 $P(X=x_i)=p_i$，其中 X 是随机变量，x_i 是一个给定的值，p_i 是对应的概率。

注 2：在 2.13 示例 1 中曾引入用**二项分布**(2.46)概率函数确定其分位数的例子。

2.25

概率函数的众数　mode of probability [mass]fuction

〈离散分布〉使概率函数(2.24)达到最大值的点。

示例：$n=6$，$p=1/3$ 的二项分布(2.46)是单峰的，众数为 3。

注：如果一个离散分布(2.22)的概率函数只有一个众数，则称它为单峰的；如果恰有两个众数，则称它为双峰的；如果有两个以上的众数，则称为多峰的。

2.26

概率密度函数　probability density function

$f(x)$

从 $-\infty$ 到 x 的积分给出一个连续分布(2.23)在 x 处的分布函数(2.7)值的非负函数。

示例 1：在实践中经常遇到的各种连续分布及相应的概率密度函数。常用的分布包括正态分布(2.50)、标准正态分布(2.51)、t 分布(2.53)、F 分布(2.55)、伽玛分布(2.56)、卡方分布(2.57)、指数分布(2.58)、贝塔分布(2.59)、均匀分布(2.60)、多维正态分布(2.64)和二维正态分布(2.65)等。

示例 2：对由 $F(x)=3x^2-2x^3$，$0\leqslant x\leqslant 1$ 定义的分布函数，对应的概率密度函数是 $f(x)=6x(1-x)$，$0\leqslant x\leqslant 1$。

示例 3：续 2.1 中电池的例。不存在和这个给定的分布函数相应的概率密度函数，这是因为在 $x=0$ 处有正的概率。但在电池开始时就能工作的条件下，其条件分布有概率密度函数：$f(x)=\exp\{-x\}$，$x>0$，这是一个指数分布。

注 1：如果分布函数 F 是可微的，则概率密度函数是

$$f(x)=\mathrm{d}F(x)/\mathrm{d}x$$

注 2：从 $f(x)$ 的图中可以看到它的对称或偏斜、陡峭或平坦、重尾或轻尾、单峰或多峰等特性。在频率直方图上画一条适当的 $f(x)$ 可以直观地评判该分布与数据的拟合程度。

注 3：概率密度函数的常用缩略语是 pdf。

2.27

概率密度函数的众数　mode of probability density function

〈连续分布〉使概率密度函数(2.26)达到局部极大值的点。

注 1：如果一个连续分布(2.23)的概率密度函数只有一个众数，则称它为单峰的；如果恰有两个众数，则称它为双峰的；如果有两个以上的众数，则称为多峰的。

注 2：众数连成一线段，即概率密度函数只有一个平顶峰的分布也称为单峰的。

2.28

离散随机变量　discrete random variable

分布函数为离散分布(2.22)的随机变量(2.10)。

注：在 GB/T 3358 中考虑的离散分布包括二项分布(2.46)，泊松分布(2.47)，超几何分布(2.48)以及多项分布(2.45)。

2.29

连续随机变量　continuous random variable

分布函数为连续分布(2.23)的随机变量(2.10)。

注：在 GB/T 3358 中考虑的连续分布包括正态分布(2.50)，标准正态(2.51)，t 分布(2.53)，F 分布(2.55)，伽玛分布(2.56)，卡方分布(2.57)，指数分布(2.58)，贝塔分布(2.59)，均匀分布(2.60)，Ⅰ型极值分布(2.61)，Ⅱ型极值分布(2.62)，威布尔分布(2.63)，对数正态分布(2.52)，多维正态分布(2.64)和二维正态分布(2.65)等。

2.30

中心化概率分布　centred probability distribution

中心化随机变量(2.31)的概率分布(2.11)。

2.31

中心化随机变量　centred random variable

随机变量(2.10)减去其均值(2.35)。

注1：中心化随机变量的均值为零。

注2：本条目仅适用于有均值的随机变量。例如，自由度为1的 t 分布(2.53)的均值不存在，因此不能中心化。

注3：如果随机变量 X 的均值(2.35)等于 μ，则对应的中心化随机变量为 $X-\mu$，它的均值为0。

2.32

标准化概率分布　standardized probability distribution

标准化随机变量(2.33)的概率分布(2.11)。

2.33

标准化随机变量　standardized random variable

标准差(2.37)等于1的中心化随机变量(2.31)。

注1：若随机变量(2.10)的均值为0，标准差为1，它本身就是标准化的，例如，区间 $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ 上的均匀分布(2.60)的均值为0，标准差为1，故是标准化随机变量；标准正态分布(2.51)自然也是标准化的。

注2：若随机变量 X 的分布(2.11)的均值(2.35)为 μ，标准差为 σ，则相应的标准化随机变量为 $(X-\mu)/\sigma$。

2.34

r 阶[原点]矩　moment of order r

随机变量(2.10) r 次幂的数学期望(2.12)。

示例：设随机变量的概率密度函数(2.26)为 $f(x)=\exp(-x)$，$x>0$。用初等微积分中的分部积分法，可以得到 $E(X)=1$，$E(X^2)=2$，$E(X^3)=6$ 以及 $E(X^4)=24$，一般的有 $E(X^r)=r!$。这是一个指数分布(2.58)的例。

注1：在单变量离散情况，若随机变量仅取 n 个值，r 阶矩的公式为：

$$E(X^r)=\sum_{i=1}^{n}x_i^r p(x_i)$$

若变量可取无限可列个值时，

$$E(X^r)=\sum_{i=1}^{\infty}x_i^r p(x_i)$$

在单变量连续情况，适用的公式为 r 阶矩的公式为：

$$E(X^r)=\int_{-\infty}^{\infty}x^r f(x)\mathrm{d}x$$

注2：如果随机变量是 k 维的，则其中的 r 次理解为是对分量取幂。

注3：这里的矩是以随机变量 X 次幂给出的。更一般地，可以考虑 $X-\mu$ 或 $(X-\mu)/\sigma$ 的 r 阶矩。

2.35

均值　means

2.35.1

均值　mean

一阶矩　moment of order $r=1$

μ

〈连续分布〉x 和概率密度函数(2.26) $f(x)$ 乘积在实直线上的积分。

示例1：设连续随机变量(2.29) X 的概率密度函数为 $f(x)=6x(1-x)$，$0\leqslant x\leqslant 1$，则 X 的均值为：

$$\int_0^1 6x^2(1-x)\mathrm{d}x=0.5$$

示例2：续2.1及2.7中电池的示例。由于分布离散部分的均值为0，概率为0.1；连续部分的均值为1，概率为0.9，因此均值是0.9。这是一个连续和离散分布的混合分布。

注1：连续分布(2.23)的均值用 $E(X)$ 表示，计算公式为：

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}x\,f(x)\mathrm{d}x$$

注2：不是所有随机变量(2.10)的均值都存在。例如，若 X 的概率密度函数为：

$$f(x)=[\pi(1+x^2)]^{-1}$$

则由于对应于 $E(X)$ 的积分是发散的，从而均值不存在。

2.35.2

均值　mean

μ

〈离散分布〉x_i 与概率函数(2.24) $p(x_i)$ 乘积之和。

示例 1：在掷 3 个均匀硬币的试验中，用离散随机变量(2.28) X 表示出现正面的个数，则 X 的概率函数为：

$P(X = 0) = 1/8$

$P(X = 1) = 3/8$

$P(X = 2) = 3/8$

$P(X = 3) = 1/8$

因此 X 的均值为：

$0 \times (1/8) + 1 \times (3/8) + 2 \times (3/8) + 3 \times (1/8) = 12/8 = 1.5$

示例 2：见 2.35.1 的示例 2。

注：离散分布(2.22)的均值记为 $E(X)$，计算公式为：

当 X 取有限个值时，

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

当 X 取无限可列个值时，

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

2.36

方差　variance

V

随机变量(2.10)的中心化概率分布(2.30)的二阶矩(2.34)。

示例 1：对于 2.24 中示例的离散随机变量(2.28)，方差为：

$$\sum_{i=0}^{3} (x_i - 1.5)^2 P(X = x_i) = 0.75$$

示例 2：对于 2.26 中示例 1 的连续随机变量(2.29)，方差为：

$$\int_0^1 (x - 0.5)^2 6x(1 - x)\mathrm{d}x = 0.05$$

示例 3：在 2.1 的电池示例中，X 的方差可以由以下公式求得：

$$E(X^2) - [E(X)]^2$$

由 2.35 的示例 3，可得 $E(X) = 0.9$。类似地，可以求得 $E(X^2) = 1.8$。因此，X 的方差为 $1.8 - (0.9)^2 = 0.99$。

注：方差可以等价地定义为随机变量与其均值(2.35)的差的平方的期望(2.12)。随机变量 X 的方差可以表示为：

$V(X) = E\{[X - E(X)]^2\}$。

2.37

标准差　standard deviation

σ

方差(2.36)的正平方根。

示例：在 2.1 和 2.7 的电池例中，标准差为 0.995。

2.38

变异系数　coefficient of variation

CV

〈正随机变量〉标准差(2.37)除以均值(2.35)。

示例：在 2.1 和 2.7 的电池例中，变异系数为 $0.995/0.9 = 1.105\,6$。

注 1：变异系数通常用百分数表示。

注2:不赞成使用以前的术语“相对标准差”。

2.39

偏度系数 coefficient of skewness

γ_1

随机变量(2.10)的标准化概率分布(2.32)的3阶矩(2.34)。

示例:续2.1和2.7的电池示例。这是一个混合分布,由2.34中的示例的结果,得:

$E(X) = 0.1(0) + 0.9(1) = 0.9$

$E(X^2) = 0.1(0^2) + 0.9(2) = 1.8$

$E(X^3) = 0.1(0) + 0.9(6) = 5.4$

$E(X^4) = 0.1(0) + 0.9(24) = 21.6$

为计算偏度系数,注意到:

$E\{[X - E(X)]^3\} = E(X^3) - 3E(X)E(X^2) + 2[E(X)]^3$

由2.37可知标准差为0.995,因而可得偏度系数为:

$[5.4 - 3(0.9)(1.8) + 2(0.9)^3]/(0.995)^3 = 1.998$

注1:偏度系数一个等价定义是对 $(X-\mu)/\sigma$ 的三次幂取期望(2.12),即 $E[(X-\mu)^3/\sigma^3]$。

注2:偏度系数用于度量分布(2.11)的对称性。对称分布的偏度系数等于0(在有关的矩都存在的前提下)。偏度系数等于0的分布有:正态分布(2.50)、$\alpha=\beta$ 时的贝塔分布(2.59)及 t 分布(2.53)(若有关的矩存在)等。

2.40

峰度系数 coefficient of kurtosis

β_2

随机变量(2.10)的标准化概率分布(2.32)的4阶矩(2.34)。

示例:续示例2.1和2.7中的电池的示例,峰度系数的计算步骤如下:

注意到

$E\{[X - E(X)]^4\} = E(X^4) - 4E(X)E(X^3) + 6[E(X)]^2E(X^2) - 3[E(X)]^4$

因此,峰度系数为:

$[21.6 - 4\times 0.9\times 5.4) + 6\times (0.9)^2 \times 2 - 3\times (0.9)^4]/(0.995)^4 = 8.94$

注1:峰度系数一个等价的定义是对 $(X-\mu)/\sigma$ 的四次幂取期望(2.12),即 $E[(X-\mu)^4/\sigma^4]$。

注2:峰度系数是用来衡量一个分布(2.11)的尾侧的厚度的。均匀分布(2.60)的峰度系数是1.8;正态分布(2.50)的峰度系数是3;指数分布(2.58)的峰度系数是9。

注3:需特别注意报告中给出的峰度值,有些实际工作者报出的峰度是将按本定义计算的峰度系数减去3,(3是正态分布的峰度系数)。

2.41

(r,s)阶联合[原点]矩 joint moment of orders r and s

在联合概率分布(2.11)下,一个随机变量(2.10)的 r 次幂和另一个随机变量的 s 次幂乘积的均值(2.35)。

2.42

(r,s)阶联合中心矩 joint central moment of orders r and s

在联合概率分布(2.11)下,一个中心化随机变量(2.31)的 r 次幂和另一个中心化的随机变量的 s 次幂乘积的均值(2.35)。

2.43

协方差 covariance

σ_{XY}

在联合概率分布(2.11)下,两个中心化随机变量(2.31)乘积的均值(2.35)。

注1:协方差是两个随机变量的(1,1)阶联合中心矩(2.42)

注2:协方差的公式表示是:

$E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$

其中:$\mu_X = E(X)$,$\mu_Y = E(Y)$。

2.44

相关系数　correlation coefficient

在联合概率分布下，两个**标准化随机变量**(2.33)乘积的**均值**(2.35)。

注：本术语中的“相关”一般也被称为“简单相关”，因为只涉及两个变量。

2.45

多项分布　multinomial distribution

具有以下**概率函数**(2.24)。

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \cdots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1!x_2!\cdots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$$

的**离散分布**(2.22)，其中：

$x_1, x_2, \cdots, x_k$ 是非负的整数，且 $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$；

$p_i > 0, i = 1, 2, \cdots, k$，且 $p_1 + p_2 + \cdots + p_k = 1$；

k 是一个大于或等于 2 的整数

注：多项分布给出了在 n 次独立试验中，k 个可能发生的结果出现次数的概率。在这里，每次试验都包含 k 个互不相容的**事件**(2.2)，且每个指定事件在每次试验中发生的概率都相等。

2.46

二项分布　binomial distribution

具有以下**概率函数**(2.24)

$$P(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

的**离散分布**(2.22)，其中参数 n 为正整数，$x=0,1,2,\cdots,n$，且 $0<p<1$。

示例：2.24 的示例 1 的概率函数即是参数 $n=3, p=0.5$ 的二项分布。

注 1：二项分布是 $k=2$ 时的**多项分布**(2.45)。

注 2：二项分布给出了在 n 次独立试验中，两个可能发生的结果之一出现次数的概率。在这里，每次试验都包含两个**互相对立的事件**(2.3)，且每个事件在每次试验中发生的**概率**都相等。

注 3：二项分布的**均值**(2.35)是 np，二项分布的**方差**(2.36)是 $np(1-p)$。

注 4：二项分布的概率函数可用以下二项系数表达：

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

2.47

泊松分布　Poisson distribution

具有以下**概率函数**(2.24)

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

的**离散分布** (2.22)，其中 $x = 0, 1, 2, \cdots$，且参数 $\lambda > 0$。

注 1：当 $n \to \infty$，$p \to 0$，而 $np \to \lambda$ 时，**二项分布**(2.46)的极限即是参数为 λ 的泊松分布。

注 2：泊松分布的**均值**(2.35)和**方差**(2.36)都等于 λ。

注 3：泊松分布的**概率函数**(2.24)给出的是一个过程的某特定性质在单位时间内，在满足了一定条件下(如发生的强度和时间独立)，发生次数的概率。

2.48

超几何分布　hypergeometric distribution

具有以下**概率函数**(2.24)

$$P(X = x) = \frac{\dfrac{M!}{x!(M-x)!} \cdot \dfrac{(N-M)!}{(n-x)!(N-M-n+x)!}}{\dfrac{N!}{n!(N-n)!}}$$

的离散分布(2.22)，其中参数 $N, M(\leqslant N), n(\leqslant N)$ 是正整数，其取值范围为：$\max(0, n+M-N) < x < \min(M, n)$。

注1：超几何分布源于从总数为 N，且有 M 个被标记的个体(如不合格品)的总体(批)中不放回抽取，一个样本量为 n 的简单随机样本中，恰好包含 x 个被标记的个体的概率。

注2：表4可以帮助我们更好的理解超几何分布。

表4 超几何分布的示例

选项	个体总数	标记的个体数	未标记的个体数
总体	N	M	$N-M$
样本	n	x	$n-x$
未被抽中的个体	$N-n$	$M-x$	$N-n-M+x$

注3：在特定条件下(如 n 远比 N 小)，超几何分布可用二项分布 $B(n,p)$ 来逼近，其中 $p = M/N$。

注4：超几何分布的均值(2.35)为 $\frac{nM}{N}$，方差(2.36)为 $n\frac{M}{N}\left(1-\frac{M}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}$。

2.49

负二项分布 negative binomial distribution

具有如下概率函数(2.24)

$$P(X=x) = \frac{(c+x-1)!}{x!(c-1)!}p^c(1-p)^x, x = 0,1,2\cdots$$

的离散分布(2.22)，其中参数 $c > 0$，p 满足 $0 < p < 1$。

注1：如果 $c = 1$，则负二项分布即为熟知的几何分布，即描述一个一次试验发生概率为 p 的事件在第 $x+1$ 次试验时才首次发生的概率。

注2：负二项分布的概率函数可写成以下等价形式：

$$P(X=x) = \binom{-c}{x}p^c(1-p)^x.$$

负二项分布的命名即是由此得出的。

注3：当常数 c 为大于或等于1的正整数时，上面定义中的概率函数通常也称为帕斯卡(Pascal)分布。这种情形下，概率函数可直观理解为一个一次试验发生概率为 p 的事件在第 $x+c$ 次试验时刚好第 c 次发生的概率。

注4：负二项分布的均值(2.35)为 $cp/(1-p)$，方差(2.36)为 $cp/(1-p)^2$。

2.50

正态分布 normal distribution, Gaussian distribution

具有如下概率密度函数(2.26)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

的连续分布(2.23)，其中 $-\infty < x < \infty$，参数满足 $-\infty < \mu < \infty$，$\sigma > 0$。

注1：正态分布是应用统计中使用最广泛的概率分布(2.11)之一。它的密度函数曲线根据其形状，常被称为"钟形曲线"。正态分布不仅是描述随机现象的一种模型，也是平均数(1.15)的极限分布。作为统计中的一个参照分布，它经常用来评判实验结果的"不寻常性"。

注2：正态分布的位置参数 μ 是其均值(2.35)，尺度参数 σ 是其标准差(2.37)。

2.51

标准正态分布 standardized normal distribution, standardized Gaussian distribution

$\mu = 0, \sigma = 1$ 的正态分布(2.50)。

注1：标准正态分布的概率密度函数(2.26)为：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$$

其中 $-\infty < x < \infty$。

注2：一般正态分布数值表都是关于标准正态分布的，包括其概率密度函数、分布函数及分位数等(参见GB/T 4086.1)。

2.52

对数正态分布　lognormal distribution

具有如下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

的连续分布(2.23)，其中 $x>0$ ，参数满足 $-\infty<\mu<\infty$，$\sigma>0$ 。

注1：如果 Y 服从均值(2.35)为 μ，标准差(2.37)为 σ 的正态分布(2.50)，则 $X=\exp(Y)$ 的概率密度函数即为上述定义给出。反之，若 X 服从所定义的对数正态分布，则 $\ln(X)$ 服从均值为 μ，标准差为 σ 的正态分布。

注2：对数正态分布的均值为 $\exp[\mu+(\sigma^2)/2]$，方差为 $\exp(2\mu+\sigma^2)\times[\exp(\sigma^2)-1]$。这意味着对数正态分布的均值和方差都是参数 μ 和 σ^2 的函数。

注3：对数正态分布和威布尔分布(2.63)是可靠性应用中经常使用的两种分布。

2.53

***t* 分布　*t* distribution; Student's distribution**

具有如下概率密度函数(2.26)

$$f(t)=\frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\nu/2)}\times\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

的连续分布(2.23)，其中 $-\infty<t<\infty$，参数 ν 是正整数，称为自由度(2.54)。

注1：在实际中，t 分布被广泛运用于当总体的标准差由样本数据(样本量为 n)估计的情况下，评估样本均值(1.15)。将样本 t 统计量与自由度为 $n-1$ 的 t 分布比较，可衡量样本均值是否能很好刻划总体均值。

注2：以下两个独立的随机变量(2.10)的商服从 t 分布：分子服从标准正态分布(2.51)，分母是卡方分布(2.57)除以它的自由度所得商的正平方根。

注3：伽玛函数 Γ 的定义见2.56的注2。

2.54

自由度　degrees of freedom

ν

和的项数减去和中诸项数的约束数。

注：自由度的概念最早出现在将样本方差(1.16)作为总体方差(2.36)的估计量(1.12)时，是用 $n-1$ 去除离差平方和。自由度是用来调整参数的。自由度也被广泛地应用于GB/T 3358.3，那里的均方都等于相应的平方和除以适当的自由度。

2.55

***F* 分布　*F* distribution**

具有如下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{\Gamma[(\nu_1+\nu_2)/2]}{\Gamma(\nu_1/2)\Gamma(\nu_2/2)}(\nu_1)^{\nu_1/2}(\nu_2)^{\nu_2/2}\frac{x^{(\nu_1/2)-1}}{(\nu_1x+\nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$

的连续分布(2.23)，其中：$x>0$，ν_1 和 ν_2 都是正整数，分别为第一自由度与第二自由度。

注1：F 分布在估计独立方差(2.36)比时特别有用。

注2：F 分布是两个独立随机变量的比的分布：它们都服从 χ^2 分布(2.57)，并且分别除以各自的自由度(2.54)。

注3：伽玛函数 Γ 的定义见2.56的注2。

2.56

伽玛分布　gamma distribution

Γ 分布　gamma distribution

具有如下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}$$

的连续分布(2.23),其中 $x>0$,且参数 $\alpha>0,\beta>0$ 。

注 1:伽玛分布在可靠性中常被用来作为失效时间的分布。指数分布(2.58)是它的特例,它也包含失效率随时间而增加的其他情况。

注 2:伽玛函数的定义为:$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}dx$ 。对于整数 α,$\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)!$

注 3:伽玛分布的均值(2.35)为 $\alpha\beta$,方差(2.36)为 $\alpha\beta^2$ 。

2.57

卡方分布　chi-squared distribution

χ^2 分布　χ^2 distribution

具有以下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{x^{\frac{\nu}{2}-1}e^{-x/2}}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}$$

的连续分布(2.23),其中 $x>0$,参数 $\nu>0$ 称为自由度。

注 1:对于来自已知标准差(2.37)σ 的正态分布(2.50),统计量 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ 服从自由度为 $n-1$ 的卡方分布。它是获得 σ^2 置信区间的基础。卡方分布的另一个重要应用是用于分布的拟合优度检验。

注 2:卡方分布是参数为 $\alpha=\nu/2,\beta=2$ 的伽玛分布(2.56)。

注 3:卡方分布的均值(2.35)为 ν,方差(2.36)为 2ν。

注 4:伽玛函数 Γ 的定义见 2.56 的注 2。

2.58

指数分布　exponential distribution

具有以下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\beta^{-1}e^{-x/\beta}$$

的连续分布(2.23),其中 $x>0,\beta>0$ 。

注 1:指数分布由于其"无记忆性",是可靠性应用中的重要基础。

注 2:指数分布是 $\alpha=1$ 的伽玛分布(2.56),当 $\beta=2$ 时也是自由度 $\nu=2$ 时的卡方分布(2.57)。

注 3:指数分布的均值(2.35)为 β,指数分布的方差(2.36)为 β^2 。

2.59

贝塔分布　beta distribution

β 分布　β distribution

具有以下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

的连续分布(2.23),其中 $0\leqslant x\leqslant 1$,参数满足 $\alpha,\beta>0$ 。

注:贝塔分布具有很强的适应性,其概率密度函数有很多形状(单峰型、"J 型"、"U 型"等)。该分布可以用来有表示与比率相关的不确定性的模型。例如,在一个飓风保险模型中,给定飓风风速,某种类型的建筑的期望损失为 0.40,尽管不是所有经历飓风的房子都会遭受相同的损失,一个均值为 0.40 的贝塔分布的模型可以很好地描述这种类型的损失。

2.60

均匀分布　uniform distribution, rectangular distribution

具有以下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=\frac{1}{b-a}$$

的连续分布(2.23),其中,$a\leqslant x\leqslant b$ 。

注 1：当 $a=0, b=1$ 时，该均匀分布是典型随机数发生器的分布。

注 2：(2.35)均匀分布的均值(2.36)是$(a+b)/2$，均匀分布的方差是 $(b-a)^2/12$ 。

注 3：$[0,1]$上的均匀分布是 $\alpha=1, \beta=1$ 时的贝塔分布的特殊情况。

2.61

Ⅰ型极值分布　type Ⅰ extreme value distribution; Gumbel distribution

具有以下分布函数(2.7)

$$F(x)=e^{-e^{-(x-a)/b}}$$

的连续分布(2.23)，其中 $-\infty<x<\infty, -\infty<a<\infty, b>0$ 。

注：极值分布提供了有关次序统计量(1.9)极端值 $x_{(1)}$ 和 $x_{(n)}$ 的极限分布。2.61、2.62、2.63 给出了当 $n\to\infty$时的三个极限分布。

2.62

Ⅱ型极值分布　type Ⅱ extreme value distribution; Frechet distribution

具有以下分布函数(2.7)

$$F(x)=e^{-(\frac{x-a}{b})^{-k}}$$

的连续分布(2.23)，其中 $-\infty<x<\infty, -\infty<a<\infty, b>0, k>0$ 。

2.63

威布尔分布　Weibull distribution

Ⅲ型极值分布　type Ⅲ extreme value distribution

具有以下分布函数(2.7)

$$F(x)=1-\exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^k\right\}$$

的连续分布(2.23)，其中 $x>a$ ，$-\infty<a<+\infty, b>0, k>0$ 。

注 1：除了作为次序统计量极值的三种极限分布之一外，威布尔分布还有很多其他应用，尤其在可靠性和工程领域。该分布常被用来拟合多种经验数据。

注 2：a 是位置参数，表示服从威布尔分布的随机变量可以取到的极小值；b 是尺度参数(与分布的标准差有关)；k 是形状参数。

注 3：当 $k=1$ 时，威布尔分布即是指数分布(当 $a=0$ 时，相当于(2.58)中定义的参数 $\beta=b$ 的指数分布)。威布尔分布的另一特例是瑞利(Rayleigh)分布(当 $a=0, k=2$)。

2.64

多维正态分布　multivariate normal distribution

具有以下概率密度函数(2.26)

$$f(x)=(2\pi)^{-\frac{k}{2}}\ |\Sigma|^{-1/2}e^{-\frac{(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)}{2}}$$

的连续分布(2.23)，其中：

$$-\infty<x_i<+\infty,\ i=1,2,\cdots,k;$$

μ 是 k 维的参数向量；

$|\Sigma|$ 是 $k\times k$ 的对称正定参数矩阵 Σ 的行列式。

注 1：本定义给出的是 k 维正态分布的概率密度函数。

注 2：多维正态分布的任意边缘分布(2.18)皆为正态分布。但是，边缘分布皆为正态分布的，其联合分布则有可能不是多维正态分布。

2.65

二维正态分布　bivariate normal distribution

具有下概率密度函数(2.26)

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2-2\rho\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)+\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\}$$

的连续分布(2.23),其中:

$-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty$;

$-\infty < \mu_x < +\infty, -\infty < \mu_y < +\infty, \sigma_x > 0, \sigma_y > 0, |\rho| < 1$。

注:若(X,Y)具有以上概率密度函数(2.26),则$E(x)=\mu_x$,$E(y)=\mu_y$,$V(x)=\sigma_x^2$,$V(y)=\sigma_y^2$,ρ是X和Y的相关系数(2.44)。

2.66

标准二维正态分布　standardized bivariate normal distribution

分量皆为标准正态分布(2.51)的二维正态分布(2.65)。

2.67

抽样分布　sampling distribution

统计量的分布。

注:具体抽样分布的示例见2.53注2、2.55注1和2.57注1。

2.68

概率空间　probability space

$(\Omega, \mathfrak{F}, \wp)$

样本空间(2.1)及与其相联系的事件的σ代数(2.69)和概率测度(2.70)。

示例1:一种简单的情况。样本空间由某工厂在某一天中制造的所有105件产品组成。事件σ代数由样本空间的所有子集组成。这些事件包括:{无产品},{产品1},{产品2},…,{产品105},{产品1和产品2},…,{所有105件产品}。概率测度可定义为事件中的产品个数与产品总数的比值。例如,事件{产品4,产品27,产品92}的概率测度为3/105。

示例2:考虑电池的寿命。如果顾客拿到电池时,电池没有电,它的寿命即是0 h;如果电池有电,其寿命服从某种概率分布(2.11),例如指数分布(2.58)。这样,电池寿命服从一个由离散分布(一开始就没有电的那部分电池)和连续分布(实际寿命)组成的混合分布。为简单起见,假定电池的寿命相对观测而言时间较短,且所有寿命都能被测出。当然在实际中,寿命可能有左或右删失(例如,知道寿命至少5 h,或者在3 h到3.5 h之间)。在此情形下,更显现出锁定结构的优点。样本空间为大于或等于0的实数。事件σ代数包含所有形如$[0,x)$的区间和集合{0},以及这些集合的可列个并和可列个交。对每个集合确定概率测度,包含开始就没有电的电池和开始有电的电池。关于寿命的详细计算分别在本章适当地方给予了说明。

2.69

[事件]σ代数　sigma algebra [of events],σ-algebra

σ域　σ-field

$\mathfrak{F}$

满足以下性质的事件(2.2)的集合:

a)　Ω属于$\mathfrak{F}$;

b)　若某个集合属于$\mathfrak{F}$,则它的对立事件(2.3)也属于$\mathfrak{F}$;

c)　若$\{A_i\}$是$\mathfrak{F}$中的一事件列,那么它们的并$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$和交$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$也属于$\mathfrak{F}$。

示例1:设样本空间是所有整数,事件σ代数可取为样本空间的所有子集。

示例2:设样本空间是所有实数,事件σ代数可取为实轴上的所有区间,以及这些区间的有限或者可列并、可列交组成的集簇。通过定义k维"区间",可把本例推广到高维情形,如在二维情形,"区间"可以是由$\{(x,y): x < s, y < t\}$定义的区域,其中s和t为任意实数。

注1:σ代数是以集合作为其元素的集合。由性质a),所有结果的集合Ω是σ代数中的一个事件。

注2:性质c)涉及到σ代数中的事件集合列的运算(可为可列无限个)。该性质表明这些事件的任意可列并和可列交仍在事件σ代数中。

注3:性质c)意味着σ代数对有限并和有限交是封闭的(仍属于σ代数)。在代数前面加上σ是为了强调$\mathfrak{F}$对可列并和可列交也是封闭的。

2.70

概率测度　probability measure

$\wp$

满足以下条件的,定义在事件σ代数(2.69)上的非负函数:

a) $\wp(\Omega)=1$,其中 Ω 表示**样本空间**(2.1);

b) $\wp\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\wp(A_i)$,其中 $\{A_i\}$ 是两两互不相交的事件列。

示例:续 2.1 中电池寿命的例。考虑电池寿命不超过 1 h 的事件,该事件是由两个不交的事件组成:{不能工作}和{能工作,但寿命不超过 1 h}。相应地,这两个互不相交的事件可以记为{0}和(0,1)。{0}的概率测度是开始就不能工作的电池的比例。集合(0,1)的概率测度依赖于电池寿命所服从的特定的连续概率分布,例如**指数分布**(2.58)。

注 1:概率测度表示给事件 σ 代数中的每一事件赋以[0,1]区间中的一个值。值 0 对应于不可能发生的事件,而值 1 对应于必然发生的事件。特别,赋以空集的概率测度为 0,赋以样本空间的概率测度为 1。

注 2:性质 b)表明:如果一个事件列中的事件两两互不相交,则这些事件并的概率测度等于这些事件概率测度之和。性质 b)还表明:如果该事件列中的事件个数是可列无限个时,上述结论依然成立。

注 3:通过随机变量可更好地理解组成概率空间的三个要素。**随机变量**(2.10)像集上的事件的**概率**(2.5)可由样本空间上的事件的概率导出。

注 4:随机变量的值域是实数集或有序的 n 维实数集。

附 录 A
（资料性附录）
符 号

符 号	术 语	术语编号
A	事件	2.2
A^c	对立事件	2.3
$\mathfrak{F}$	[事件的]σ代数，σ域	2.69
α	显著性水平	1.45
$\alpha,\lambda,\mu,\beta,\sigma,\rho,\gamma,$ p,N,M,c,v,a,b,k	参数	
β_2	峰度系数	2.40
$E[g(x)]$	随机变量 X 的函数 $g(x)$ 的期望	2.12
$F(x)$	分布函数	2.7
$f(x)$	概率密度函数	2.26
γ_1	偏度系数	2.39
H	假设	1.40
H_0	原假设	1.41
H_A,H_1	备择假设	1.42
k	维数	
k,r,s	矩的阶	1.14,2.34,2.41,2.42
μ	均值	2.35.1,2.35.2
ν	自由度	2.54
n	样本量	
Ω	样本空间	2.1
$(\Omega,\mathfrak{F},\wp)$	概率空间	2.68
$P(A)$	[事件 A 的]概率	2.5
$P(A\|B)$	条件概率	2.6
$\wp$	概率测度	2.70
r_{xy}	样本相关系数	1.23
S,s	样本标准差	1.17
S^2,s^2	样本方差	1.16
S_{XY}	样本协方差	1.22
σ	标准差	2.37
σ^2	方差	2.36
σ_{XY}	协方差	2.43

表(续)

符　　号	术　　语	术语编号
$\sigma_{\hat{\theta}}$	标准误差	1.24
$\sigma_{\overline{X}}$	样本均值的标准误差	
θ	分布的参数	
$\hat{\theta}$	估计量	1.12
$V(X)$	随机变量 X 的方差	2.36
X_i	第 i 个次序统计量	1.9
x,y,z	观测值	1.4
X,Y,Z,T	随机变量	2.10
X_p,x_p	随机变量 X 的 p 分位数	2.13
$\overline{X},\overline{x}$	样本均值,平均数	1.15

附 录 B
（资料性附录）
统计概念图

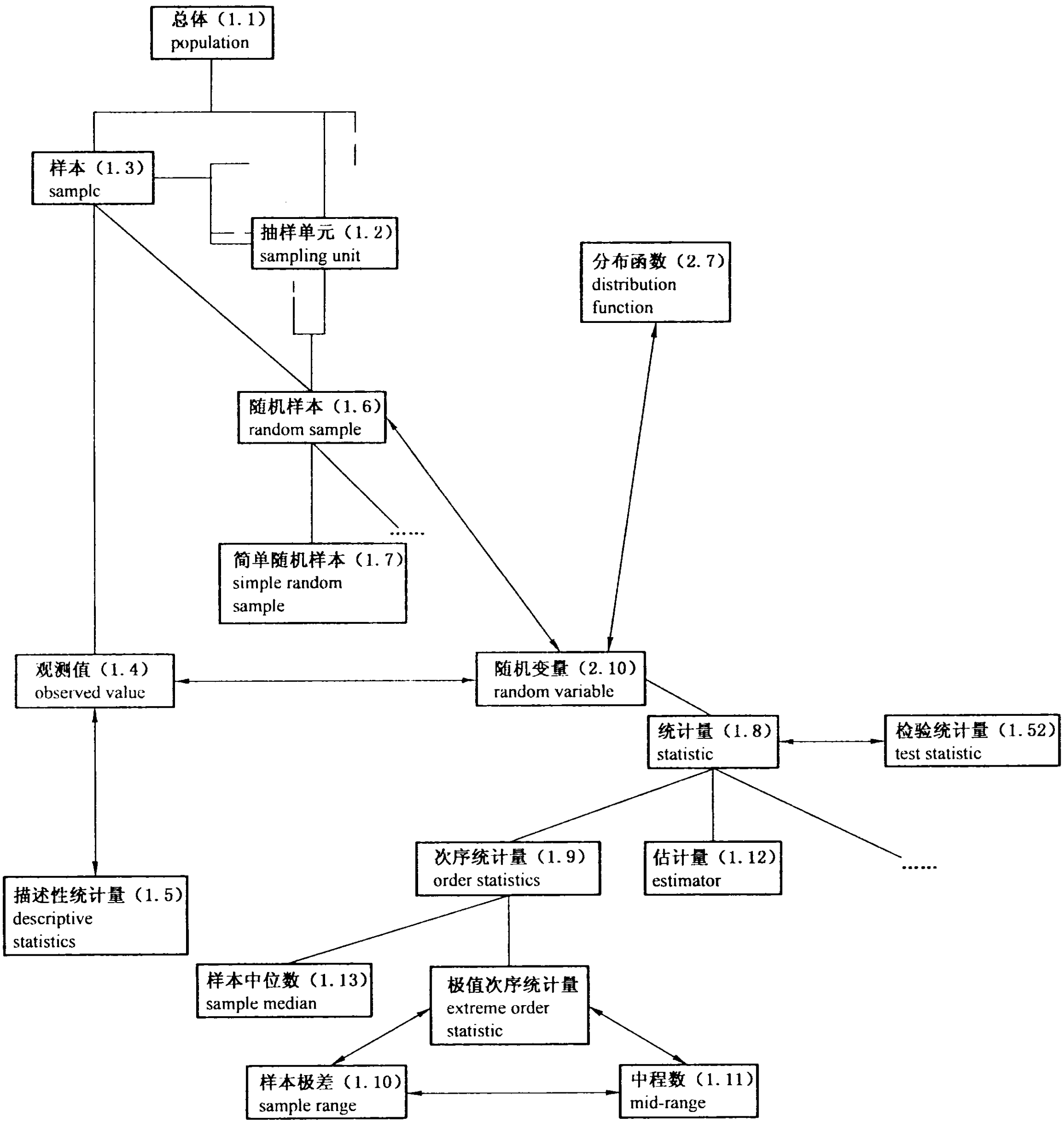

图 B.1 总体和样本基本概念

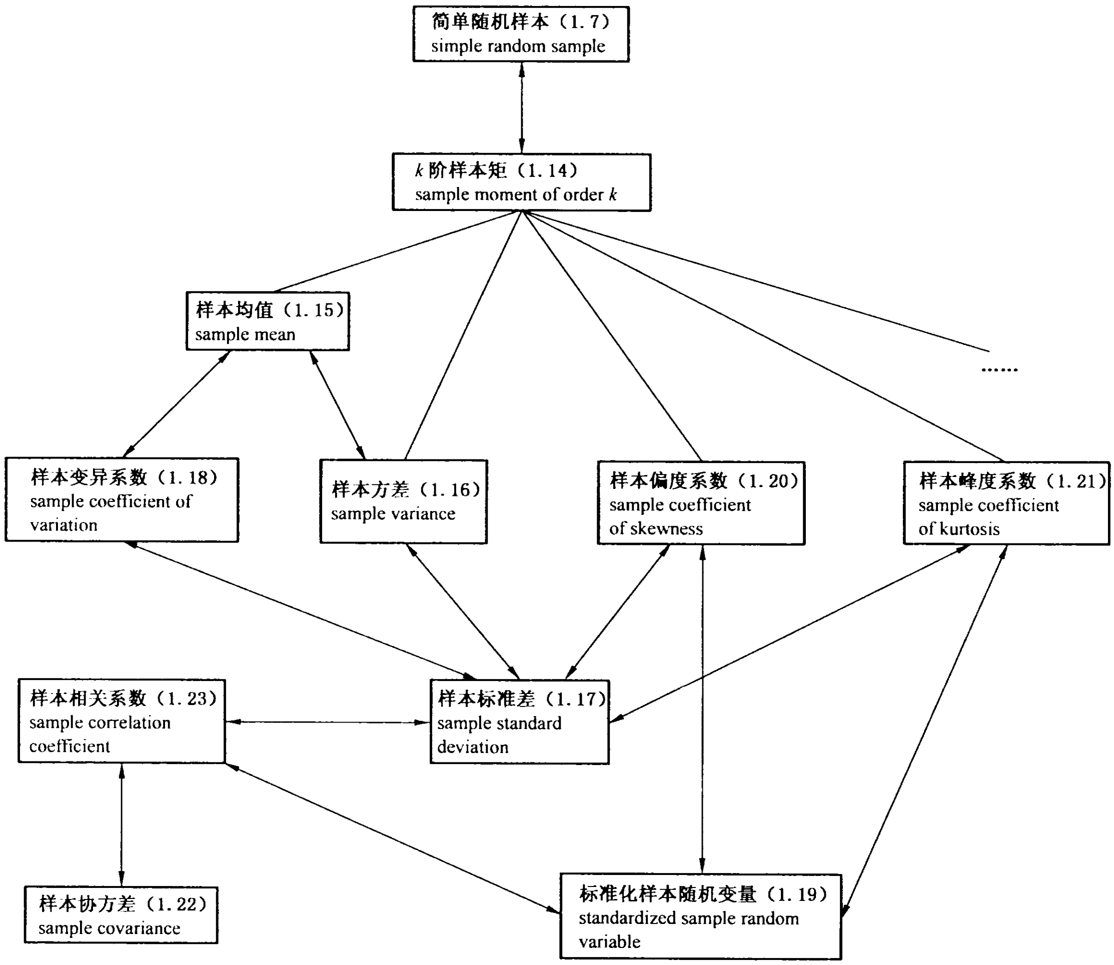

图 B.2　关于样本矩的概念

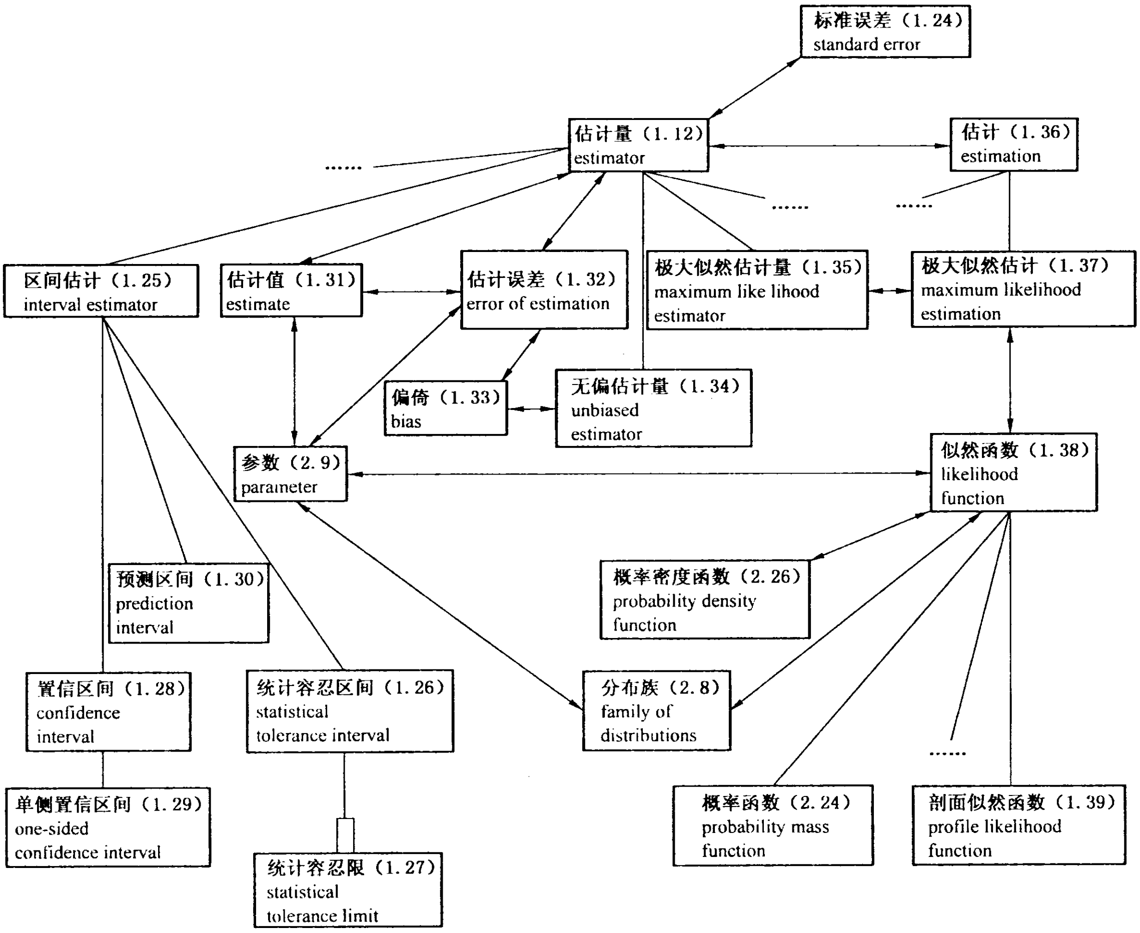
标准误差（1.24）
standard error
估计量（1.12）
estimator
估计（1.36）
estimation
......
......
......
区间估计（1.25）
interval estimator
估计值（1.31）
estimate
估计误差（1.32）
error of estimation
极大似然估计量（1.35）
maximum like lihood
estimator
极大似然估计（1.37）
maximum likelihood
estimation
偏倚（1.33）
bias
无偏估计量（1.34）
unbiased
estimator
参数（2.9）
parameter
似然函数（1.38）
likelihood
function
预测区间（1.30）
prediction
interval
概率密度函数（2.26）
probability density
function
置信区间（1.28）
confidence
interval
统计容忍区间（1.26）
statistical
tolerance interval
分布族（2.8）
family of
distributions
......
单侧置信区间（1.29）
one-sided
confidence interval
统计容忍限（1.27）
statistical
tolerance limit
概率函数（2.24）
probability mass
function
剖面似然函数（1.39）
profile likelihood
function

图 B.3 关于估计的概念

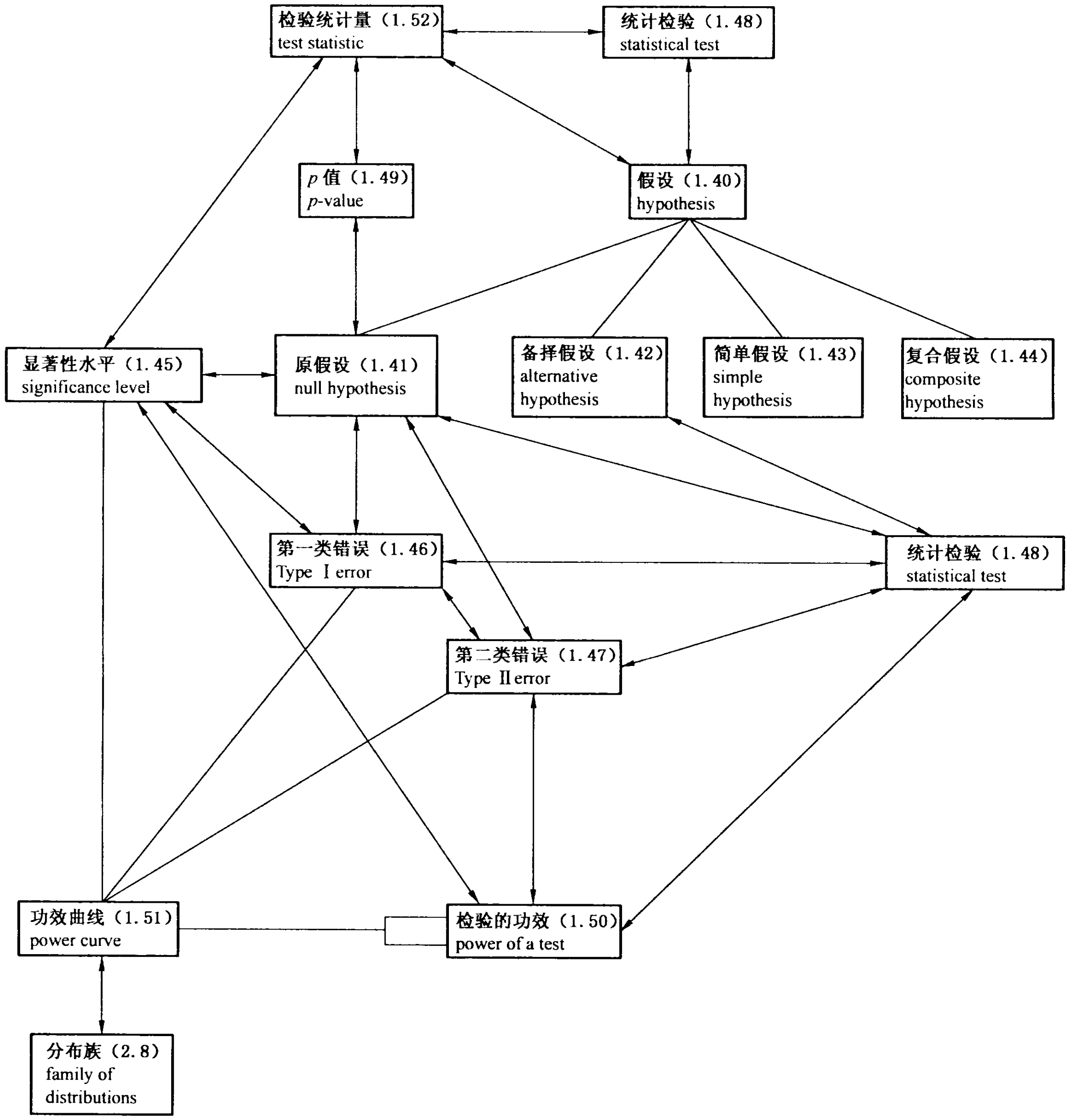

图 B.4 关于统计检验的概念

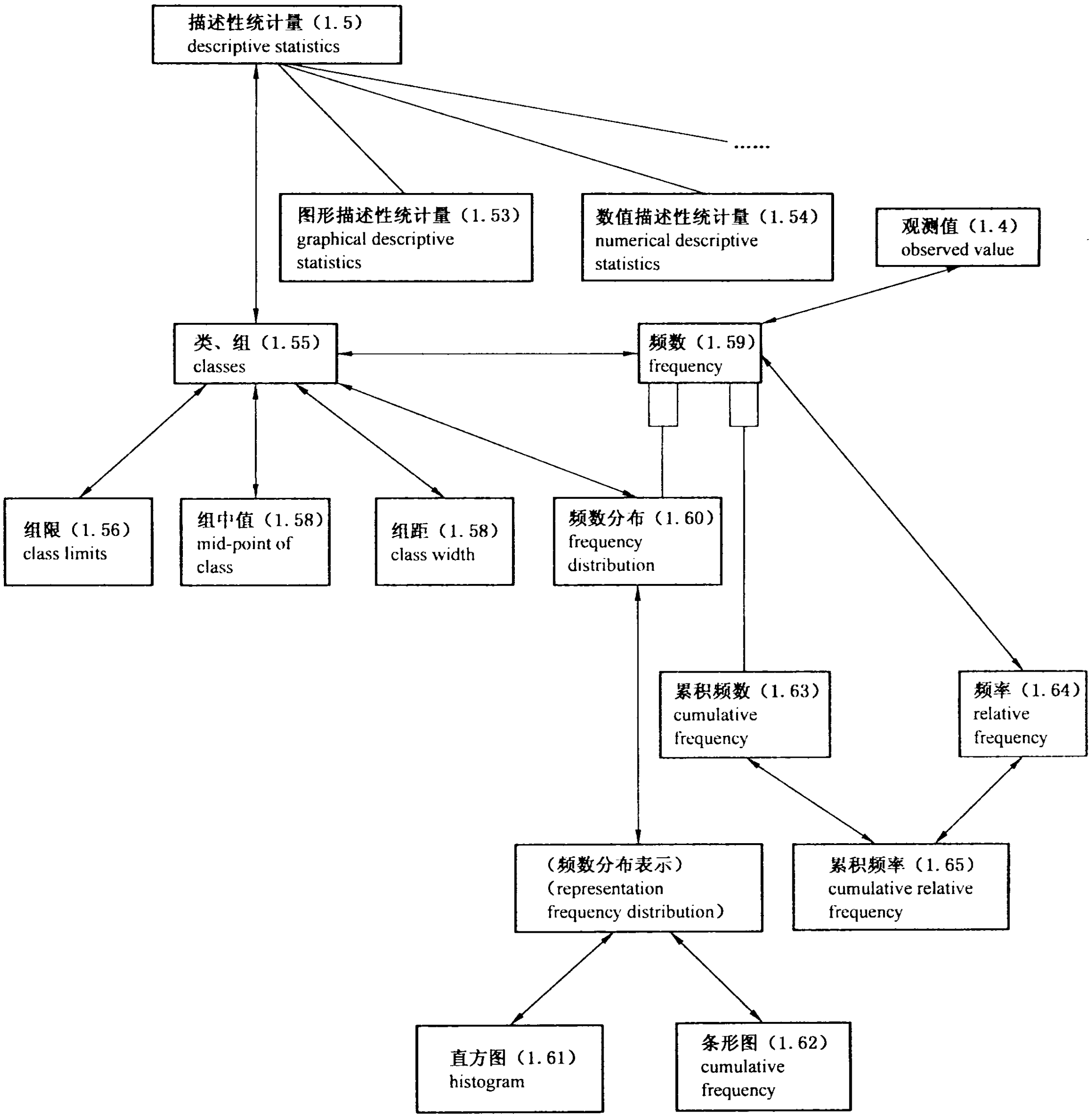

图 B.5 关于类、组及经验分布的概念

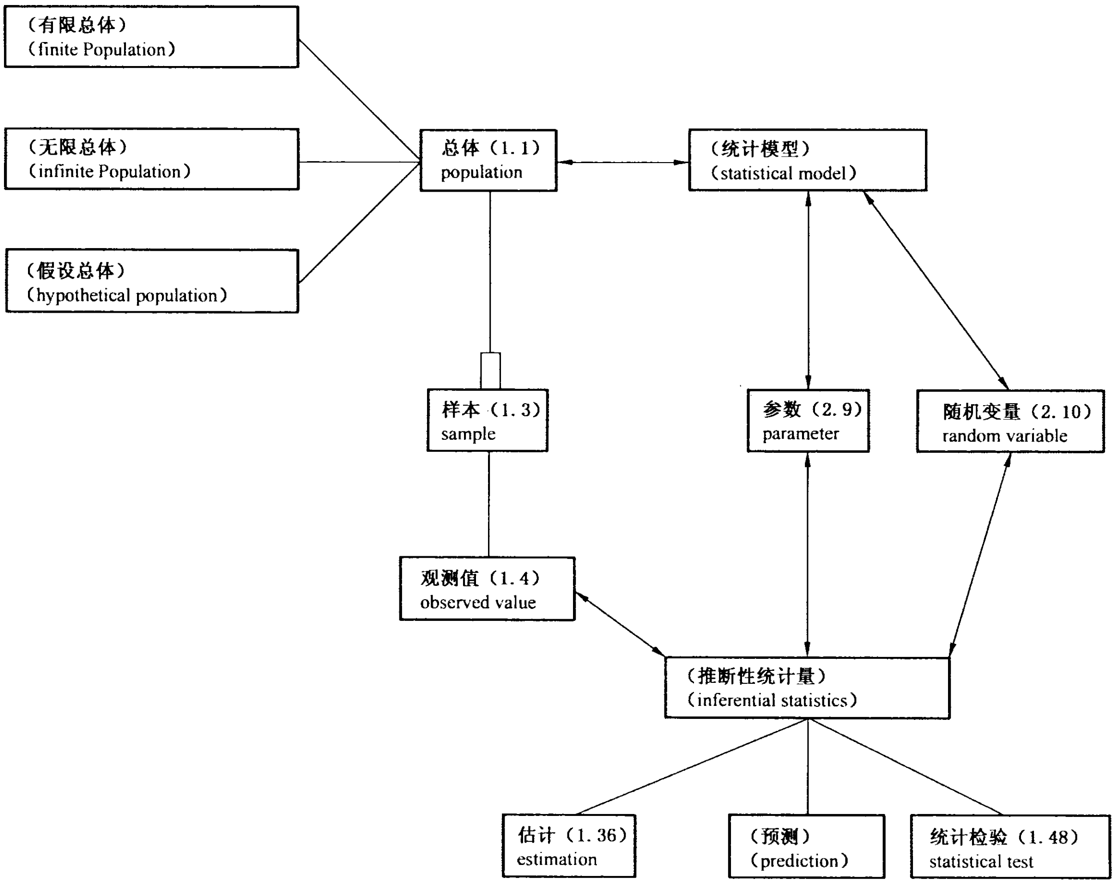

图 B.6 统计推断概念框图

附 录 C
（资料性附录）
概率概念图

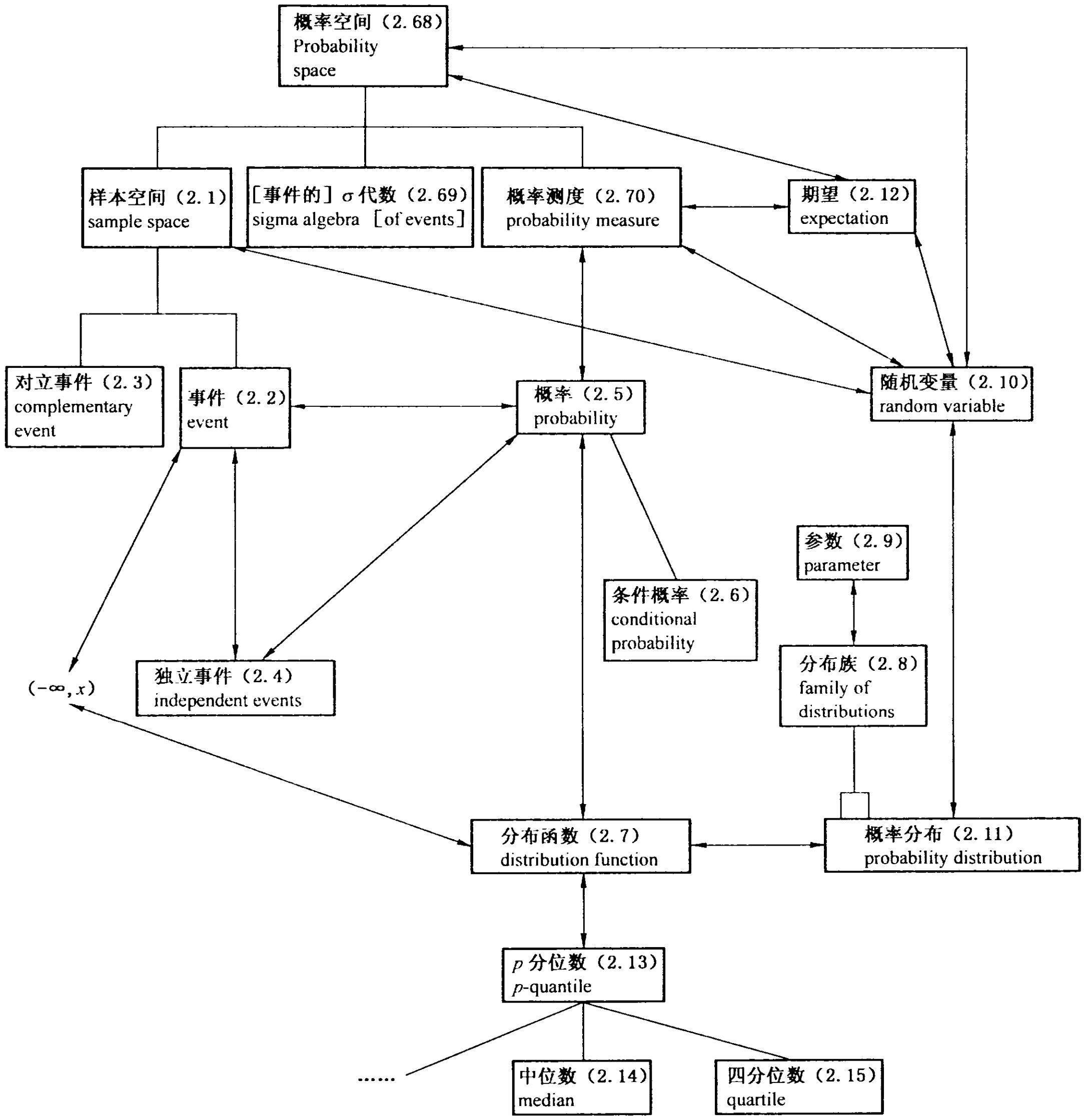

图 C.1 概率基本概念

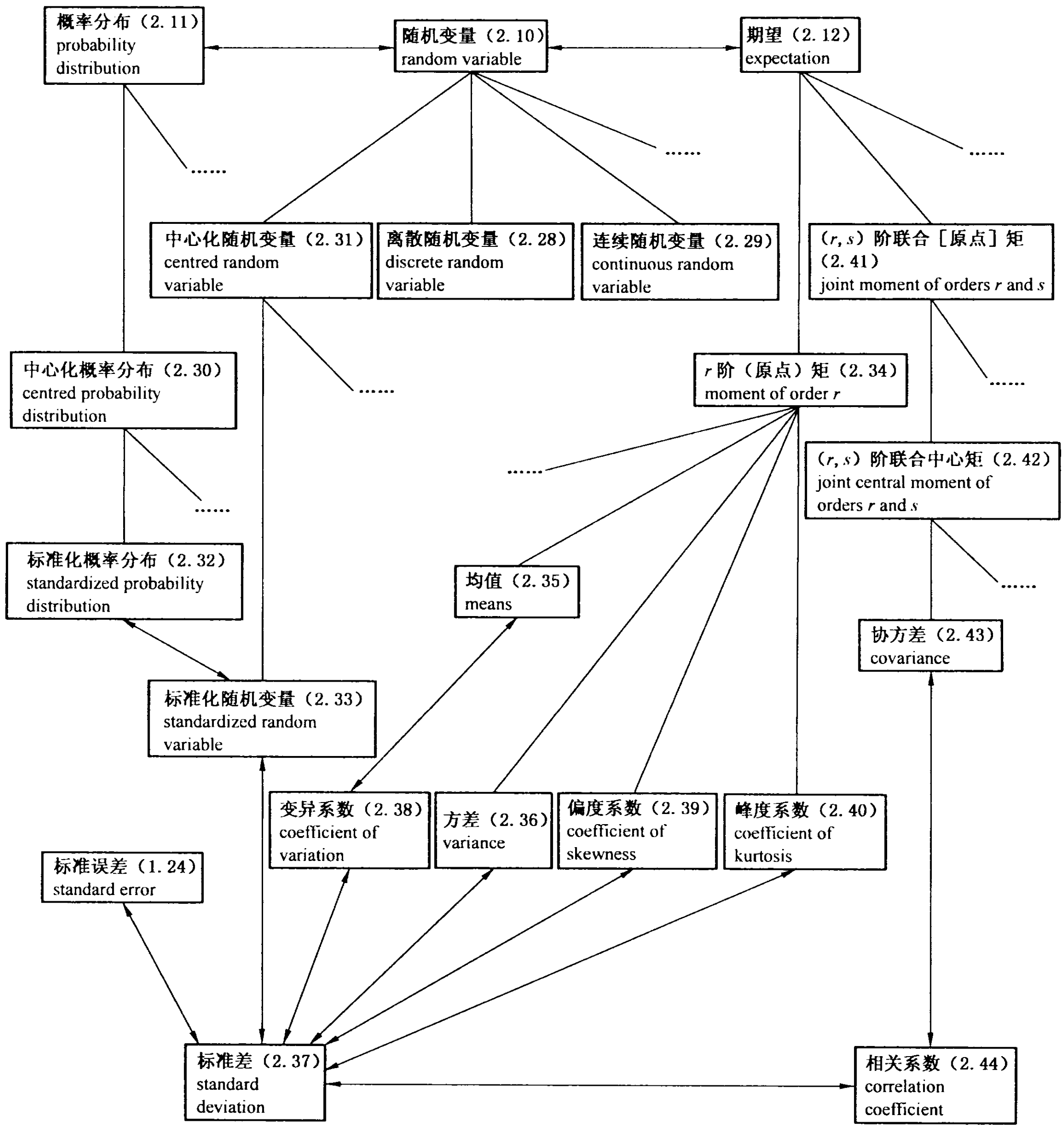
概率分布（2.11）
probability distribution
随机变量（2.10）
random variable
期望（2.12）
expectation
......
......
......
中心化随机变量（2.31）
centred random variable
离散随机变量（2.28）
discrete random variable
连续随机变量（2.29）
continuous random variable
(r,s) 阶联合［原点］矩（2.41）
joint moment of orders r and s
中心化概率分布（2.30）
centred probability distribution
......
r 阶（原点）矩（2.34）
moment of order r
......
......
(r,s) 阶联合中心矩（2.42）
joint central moment of orders r and s
......
标准化概率分布（2.32）
standardized probability distribution
均值（2.35）
means
......
协方差（2.43）
covariance
标准化随机变量（2.33）
standardized random variable
变异系数（2.38）
coefficient of variation
方差（2.36）
variance
偏度系数（2.39）
coefficient of skewness
峰度系数（2.40）
coefficient of kurtosis
标准误差（1.24）
standard error
标准差（2.37）
standard deviation
相关系数（2.44）
correlation coefficient

图 C.2 关于矩的概念

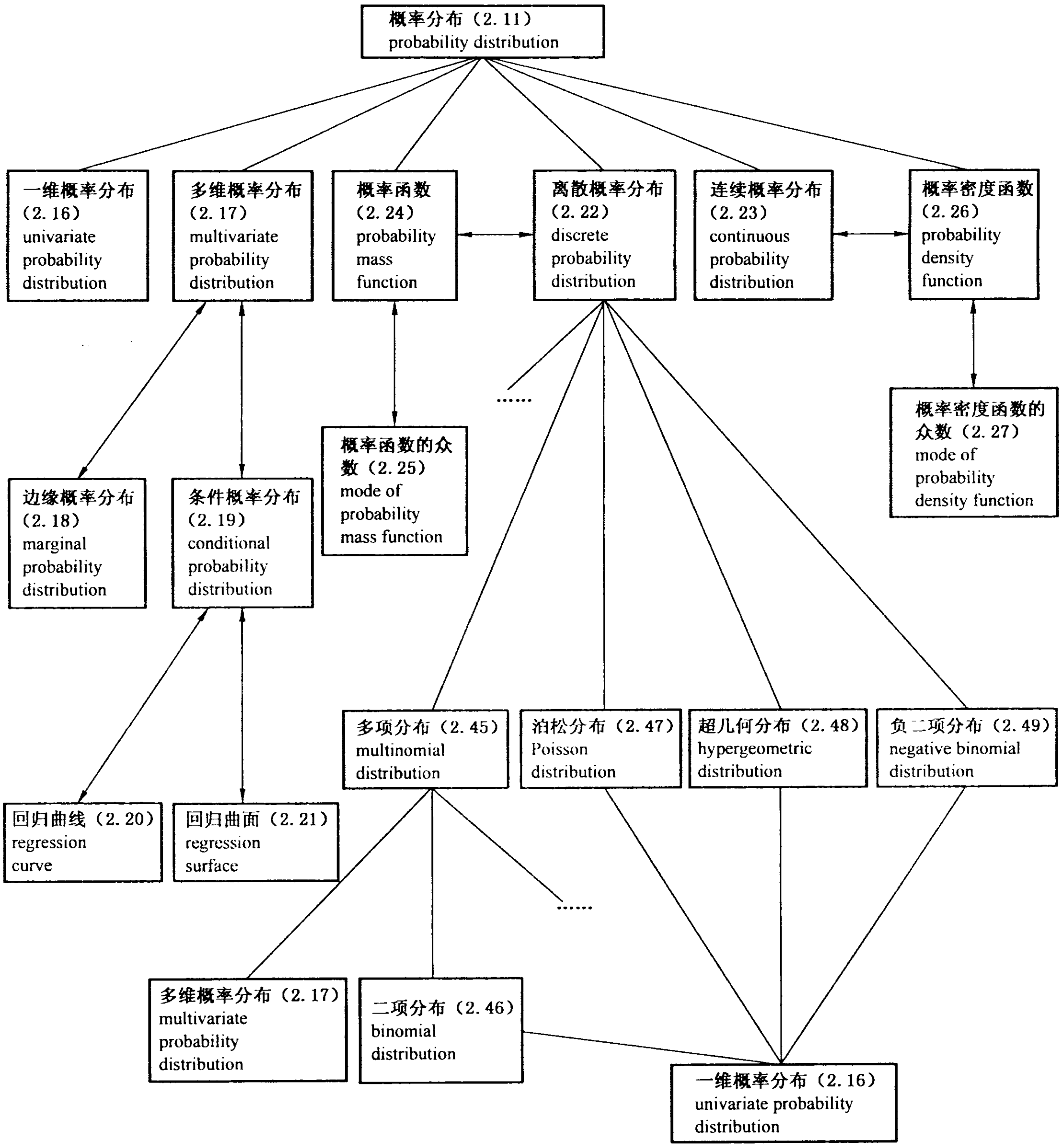

图 C.3　关于概率分布的概念

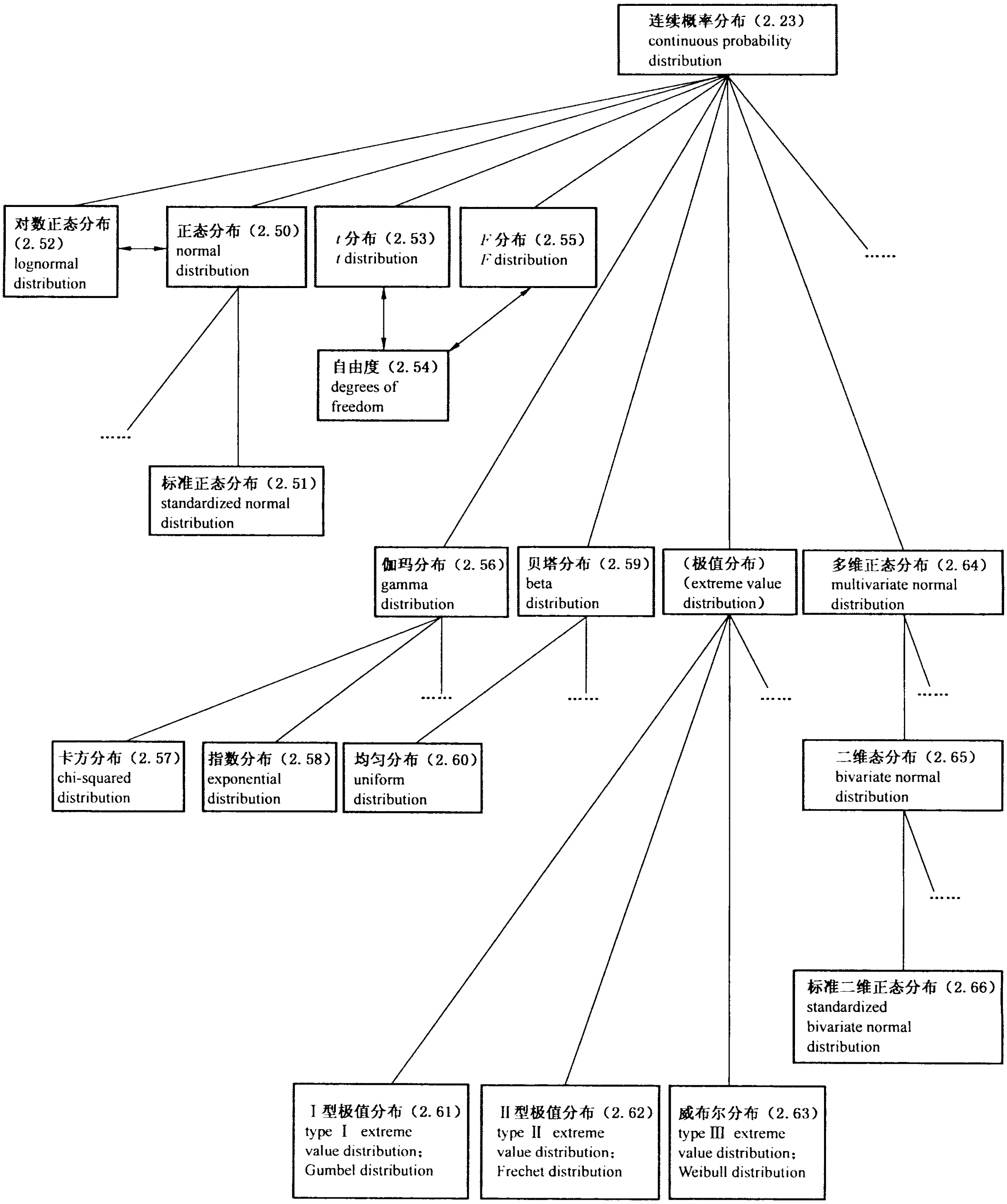

图 C.4 关于连续分布的概念

附 录 D
(资料性附录)
定义标准中的术语所使用的方法

D.1 引言

GB/T 3358 系列标准应用的普遍性要求使用合乎逻辑并协调一致的术语，以使应用统计标准的所有潜在用户易于理解。

概念之间不是互相独立的，分析应用统计领域内各概念之间关系并将其列入概念体系是形成合乎逻辑且协调一致的术语集的前提。GB/T 3358 的本部分所定义的术语使用了这种分析方法。由于在编制过程中概念图起到资料性的作用，因此从参考意义上是有帮助的，所以在 D.4 中列出了这些概念图。

D.2 术语的内容和替代规则

一个概念构成语言(包括在同一种语言中的差异，如:美国英语和英国英语)之间转化的一个单元。对每一种语言，应选用该语言中最恰当而简明的方法表述概念，而不应选用逐字对应的翻译方法。

只通过描述那些识别概念所必需的本质特性来形成定义。如果有关概念的信息虽是重要，但不是本质的，则只在定义后加上一个或几个注。

当某个术语由它的定义所替代时，在语句变化很小的情况下，原文的意思不应有变化。这种替代为检查某个定义的准确性提供了一种简单的方法。然而，对于复杂定义(包含若干个术语)中的术语替代最好一次替换一个，至多两个定义。替换所有的术语在句法结构上是难以实现的，而且无益于意义的表达。

D.3 概念关系及其图示

D.3.1 总则

在术语学中概念之间的关系建立在某类特性的分层结构上。因此，一个概念的最简单表述由命名其种类和表述其与上一层次或同层次其他概念不同的特性所构成。

本附录中表明了概念关系的三种主要形式:属种关系(D.3.2)、从属关系(D.3.3)和关联关系(D.3.4)。

D.3.2 属种关系

在层次结构中，下层概念继承了上层概念的所有特性，并包含有将其区别于上层和同层次概念的特性的表述，如:春、夏、秋、冬与季节的关系。通过一个没有箭头的扇形或树形图描述属种关系(如图 D.1)。

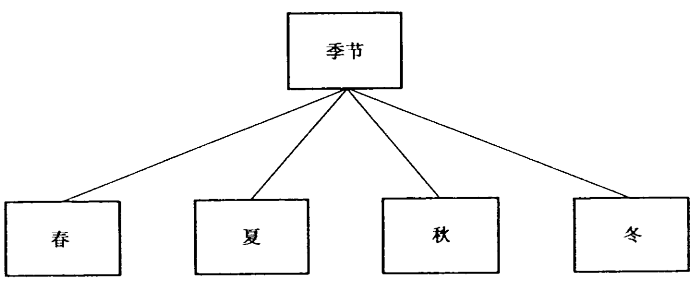

图 D.1 属种关系的图形表示

D.3.3 从属关系

在层次结构中,下层概念形成了上层概念的组成部分,如:春、夏、秋、冬可被定义为年的一部分。比较而言,定义晴天(夏天可能出现的一个特性)为年的一部分是不合适的。通过一个没有箭头的耙形图描绘从属关系(如图D.2)。单一的部分由一条线表示,多个的部分由双线表示。

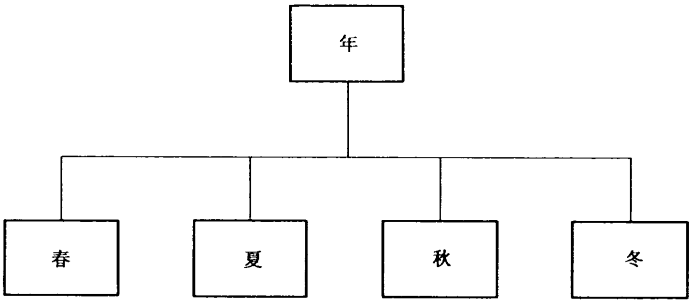

图 D.2 从属关系的图形表示

D.3.4 关联关系

在某一概念体系中,关联关系不能像属种关系和从属关系那样简单地表述,但是它有助于识别概念体系中的一个概念与另一个概念之间关系的性质。如:原因和结果、活动和场所、行动和结果、工具和功能、材料和产品。通过一条两端带有箭头的线描绘关联关系(如图D.3)。但对于系列事件例外,此时用单侧箭头表示事件流的方向。

图 D.3 关联关系的图形表示

D.4 概念图

图B.1到图B.5给出的概念图是GB/T 3358的本部分第1章中定义的术语分组的基础。图B.6是附加的概念图,用以表示图B.1至图B.5中出现的特定术语之间的关系。图C.1至图C.4给出的概念图是GB/T 3358的本部分第2章中定义的术语基础分组的基础。因为有些术语在多个概念图中出现,因此需要提供这些图之间的联系。这些联系如下:

图 B.1 总体和样本基本概念	
描述性统计量(1.5)	图B.5
简单随机样本(1.7)	图B.2
估计量(1.12)	图B.3
检验统计量(1.52)	图B.4
随机变量(2.10)	图C.1,图C.2
分布函数(2.7)	图C.1
图 B.2 关于样本矩的概念	
简单随机样本(1.7)	图B.1
图 B.3 关于估计的概念	
估计量(1.12)	图B.1
参数(2.9)	图C.1

分布族(2.8)	图 B.4,图 C.1
概率密度函数(2.26)	图 C.3
概率函数(2.24)	图 C.3
图 B.4　关于统计检验的概念	
检验统计量(1.52)	图 B.1
概率密度函数(2.26)	图 B.3,图 C.3
概率函数(2.24)	图 B.3,图 C.3
分布族(2.8)	图 B.3,图 C.1
图 B.5　关于类、组与经验分布的概念	
描述性统计量(1.5)	图 B.1
图 B.6　统计推断概念图	
总体(1.1)	图 B.1
样本(1.3)	图 B.1
观测值(1.4)	图 B.1,图 B.5
估计(1.36)	图 B.3
统计检验(1.48)	图 B.4
参数(2.9)	图 B.3,图 C.1
随机变量(2.10)	图 B.1,图 C.1,图 C.2
图 C.1　概率基本概念	
随机变量(2.10)	图 B.1,图 C.2
概率分布(2.11)	图 C.2,图 C.3
分布族(2.8)	图 B.3,图 B.4
分布函数(2.7)	图 B.1
参数(2.9)	图 B.3
图 C.2　关于矩的概念	
随机变量(2.10)	图 B.1,图 C.1
概率分布(2.11)	图 C.1,图 C.3
图 C.3　关于概率分布的概念	
概率分布(2.11)	图 C.1,图 C.2
概率函数(2.24)	图 B.3,图 B.4
连续分布(2.23)	图 C.4
一维分布(2.16)	图 C.4
多维分布(2.17)	图 C.4
图 C.4　关于连续分布的概念	
一维分布(2.16)	图 C.3
多维分布(2.17)	图 C.3
连续分布(2.23)	图 C.3

作为图 C.4 的最后一个注,下列分布是一维分布的例子:正态分布、t 分布、F 分布、标准正态分布、伽玛分布、贝塔分布、卡方分布、指数分布、均匀分布、Ⅰ型极值分布、Ⅱ型极值分布和威布尔分布;而下列分布是多维分布的例子:多维正态分布、二维正态分布和标准二维正态分布。在概念图中若同时包含一维分布(2.16)和多维分布(2.17),将会使图形显得混乱。

参 考 文 献

[1] GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号.

[2] GB/T 3358.2—2009 统计学词汇及符号 第2部分:应用统计.

[3] GB/T 6379 测量方法与结果的准确度(正确度与精密度).

[4] VIM:1993 国际通用计量学基本术语,BIPM,IEC,IFCC,ISO,OIML,IUPAC,IUPAP.

索　　引

汉语拼音索引

英文对应词索引

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W