第 29 卷 第 4 期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 29 No. 4
2008 年 10 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Oct. 2008

文章编号: 1000-5013(2008)04-0627-03

太阳黑子数时间序列的 R/ S 分析

汤龙坤

(华侨大学 数学科学学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 对估算 HURST 指数的 R/ S(重标极差) 分析法做适当的改进,突破时间序列的长度是合数的限制,使得改进的 R/ S 分析法更具有普遍适用性. 比较两种方法计算月均太阳黑子数的 HURST 指数,发现用改进的 R/ S 分析法比 R/ S 分析法得到的 HURST 指数稍小点,两种方法均表明太阳黑子数时间序列具有长期记忆性.

关键词: 太阳黑子数; HURST 指数; R/ S 分析法; 时间序列; 混沌

中图分类号: P 182.4$^+$1; O 211.61 **文献标识码**: A

太阳黑子数是表征太阳活动强弱的主要参数,实际应用中主要是分析它的日均值、月均值、月滑值和年均值,这些数值的变化非常大,迄今仍没能找到合适的模型描述太阳黑子数的变化规律. 要更好地预测太阳黑子数的变化,建立合适的模型,首先需要知道太阳黑子数的某些特性. 随着非线性动力系统理论的发展,一些研究[1-4]将混沌理论应用于太阳黑子数. 分析表明太阳黑子数时间序列具有混沌特性,它们大都利用计算太阳黑子数时间序列的分形维数、最大 Lyapunov 指数等特征量来判别的. 本文利用重标极差(R/ S) 分析法,研究太阳黑子数时间序列的混沌特性.

1 R/ S 分析法和 HURST 指数

20 世纪 50 年代,英国水文专家 Hurst 在研究尼罗河的水库流量与贮存能力的关系时,提出一种非参数的统计方法 ——R/ S 分析法,给出了一种判别时间序列是否对时间有依赖的统计量. 即 HURST 指数. R/ S 估计 HURST 指数有如下 5 个的步骤[4].

(1) 将长度为 N 的时间序列$\{x_i\}_{i=1}^N$分成 K 个长度为 n 的子序列$\{x_{k,i}\}_{i=1}^n$, $k=1,2,\cdots,K$,即有 $K\cdot n=N$. 记 $x_{k,j}$ ($k=1,2,\cdots,K$; $j=1,2,\cdots,n$) 为第 k 个子序列中的第 j 个数据,求各个子序列的均值为

$$\overline{X_k}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_{k,j}.$$

(2) 每个子序列作累积时序为

$$y_{k,j}=\sum_{i=1}^{j}(x_{k,i}-\overline{X_k}),\ j=1,2,\cdots,n.$$

(3) 计算子序列的极差和标准差. 即

$$R_k=\max\{y_{k,j}\}-\min\{y_{k,j}\},\qquad j=1,2,\cdots,n,$$

$$S_k=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{k,i}-\overline{X_k})^2}.$$

(4) 求 R/S 的平均值,有

$$(R/S)_n=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(R_k/S_k).$$

(5) 取不同的 n 值重复上述的步骤(1)～(4),而 HURST 指数的关系式为

收稿日期: 2007-11-19
作者简介: 汤龙坤(1977-),男,讲师,主要从事混沌时间序列分析的研究. E-mail:tomlk@hqu.edu.cn.
基金项目: 华侨大学科研基金资助项目(04HZR07, 08QZR10)

$$(R/S)_n = c \cdot n^H, \qquad \log[(R/S)_n] = \log c + H\log n.$$

利用最小二乘法回归求出斜率,便是 HURST 指数,即上式的 H 值. 理论上, $H = 0.5$ 暗示着时间序列是一个标准的布朗运动,即高斯过程; $H < 0.5$ 表明时间序列具有反持续性,它比高斯过程更频繁地返回历史点; $H > 0.5$ 是一个持续的时间序列,具有长期记忆性和无周期的循环,存在对初始条件的敏感依赖性,此时,时间序列具有混沌特征. 经验表明,用 R/S 分析法估计的 HURST 指数比理论值偏高,且时间序列的长度越长,估计的精度也越高[5].

2 R/S 分析法的改进

上述的 R/S 计算法要求,每次选取的子序列长度 n 能整除时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$ 的观测总数 N,即 N 是 n 的倍数. 这样很难选取合适的时间序列长度 N,且当长度 N 不变的情况下,能整除 N 的所有整数 n 的个数并不多,甚至很少,以至于 $\log n$ 与 $\log(R/S)$ 标绘图中的点不够充分,影响了 HURST 指数估计值的可靠性. 为了避免上述情况,本文对 R/S 分析法作了如下修正:分析长度为 N 的时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$,选取 n 使得 $K \cdot n + d = N$, $(d < n)$,分别计算时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^{N-d}$ 和 $\{x_i\}_{i=d+1}^N$ 的 R_k, S_k,再求 $2K$ 个子序列的 R/S 平均值. 即相应地将式(1)修改为 $(R/S)_n = \frac{1}{2K}\sum_{k=1}^{2K}(R_k/S_k)$.

修正的 R/S 分析法对时间序列长度 N 有着普遍的适用性,可选的子序列长度 n 也大大增多了,从而 $\log n$ 与 $\log(R/S)$ 关系图中有足够多的点,提高了 HURST 指数计算值的可靠性和有效性,且当 N 是 n 的倍数时,修正的 R/S 方法与 R/S 方法是一致的.

3 太阳黑子数的 HURST 指数计算

选取 1749 年 1 月至 2004 年 12 月的月均国际太阳黑子数组成的时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$, $N = 3\,072$,分别用 R/S 分析法和修正的 R/S 分析法计算太阳黑子数时间序列的 HURST 指数,作 $\log(R/S)$ 与 $\log n$ 关系图,并用最小二乘法回归计算斜率(HURST 指数),结果如图 1,2 所示. 由上述 2 种方法求出的

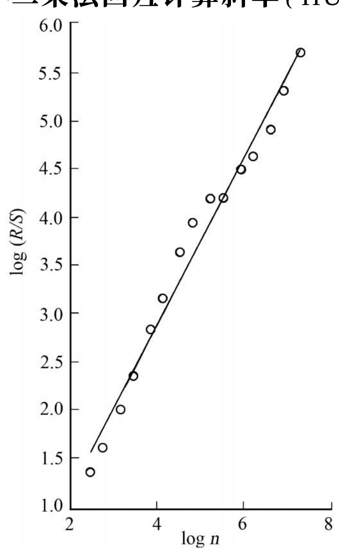

图 1 R/S 分析法

Fig. 1 R/S analysis

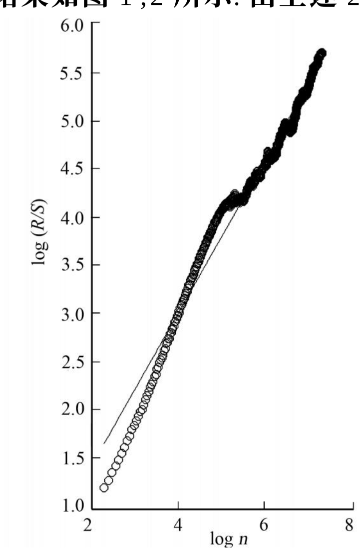

图 2 修正的 R/S 分析法

Fig. 2 Adjusted R/S analysis

HURST 指数分别为 $H = 0.858\,0$, $H = 0.783\,5$. 用修正的 R/S 分析法比用 R/S 方法求出的 HURST 指数值较小些,但它们均远大于 0.5,表明太阳黑子数序列是持续性的时间序列,具有长期记忆性、混沌特征. 很显然,用 R/S 方法的关系图中的数据点比用修正的 R/S 方法的数据点要少得多. 这是由于能整除 N 的子时间序列的长度 n 的个数并不多,而修正方法克服了这个缺点.

进一步地,从 1749 年 1 月至 2004 年 12 月的月均国际太阳黑子数组成的时间序列中选取不同观测数,不同时间段的太阳黑子数,分别用 R/S 分析法和修正的 R/S 分析法计算太阳黑子数时间序列的

HURST 指数. 其中,观测数为 3 000 的不同时间段的太阳黑子数时间序列的有 8 个,观测数为 2 000 的有 18 个,观测数为 1 000 的有 18 个,每组 HURST 指数的平均值如表 1 所示($10 \leq n \leq (N/2)$). 这里 n 为子时间序列的长度, [·]为取整函数. 从表 1 中可见,数据越多求出的 HURST 指数也相对小点; 对同一长度的时间序列,用修正 R/ S 方法比用 R/ S 方法求出的 HURST 指数值较小些; 不同长度的时

表 1　观测数的 HURST 指数

Tab. 1　HURST exponent of different observation number

N	3 000	2 000	1 000
修正的 R/ S 法	0.787 1 ±0.009	0.772 6 ±0.070	0.801 4 ±0.060
一般的 R/ S 法	0.875 2 ±0.003	0.898 9 ±0.030	0.935 7 ±0.048

间序列用修正的方法得到的 HURST 指数值变化也较小. 当 N 取从 1 000 到 3 000 时,相应的 HURST 值由 0.801 4 降到 0.787 1,而 R/ S 方法的 HURST 值由 0.935 7 降到 0.875 2,修正 R/ S 方法的 HURST 值的变化幅度比 R/ S 方法的变化幅度小. 两种方法求出 HURST 指数值都远大于 0.5,暗示太阳黑子数时间序列具有持续性和混沌特征.

4　结束语

本文对 R/ S 分析法做了适当的改进,改进后的 R/ S 分析法大大改善了时间序列长度是合数这一要求,同时使得子序列的长度的选择范围更广. 计算了太阳黑子数时间序列的 HURST 指数,并比较修正的 R/ S 方法与 R/ S 分析法,发现用修正的 R/ S 方法比用 R/ S 方法求出的 HURST 指数值小些. 这在某种程度上补救了由 R/ S 方析法求出的 HURST 值比实际偏高的不足. 此外,R/ S 方法较修正的 R/ S 方法对时间序列的长度 N 要敏感些. 采用这两种方法求得太阳黑子数时间序列的 HURST 指数远大于 0.5,表明太阳黑子数是个持续的时间序列,具有长期记忆性和混沌特征.

美国国家地球物理数据中心(NGDC)提供了月均国际太阳黑子数,特此致谢.

参考文献:

[1] 张　勤. 太阳黑子相对数的分维研究[J]. 天文学报,1994,35(1):27-32.

[2] 顾圣士,王志谦,程极泰. 太阳黑子数时间序列的分形研究及预测[J]. 应用数学和力学,1999,20(1):79-84.

[3] ROZELOT J P. On the chaotic behavior of the solar activity[J]. Astron Astrophys, 1995,297:45-48.

[4] LAWREMCE J K,CADAVID A C,RUZMAIKIN A A. Turbulent and chaotic dynamics underlying solar magnetic variability[J]. The Astrophysical Journal,1995,455:366-375.

[5] 彼得斯 E E. 分形市场分析[M]. 储海林,等译. 北京:经济科学出版社,2002.

Rescaled Range Analysis on Time Series of Sunspot Numbers

TANG Long-kun

(School of Mathematical Sciences, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: An adjusted rescaled range analysis in computing HURST exponent is made, by breaking out the limit that the length of time series must be composite number. Our method can be widely applied. Comparing the two methods to estimate the HURST exponent of monthly sunspot numbers. We find the HURST exponent by adjusted rescaled range analysis (R/ S) is less little than that by R/ S. Both imply that there exist a long persistence and chaoticity in sunspot numbers time series.

Keywords: sunspot numbers; HURST exponent; rescaled range analysis; time series; chaos

(责任编辑: 黄仲一　　英文审校: 张金顺, 黄心中)