

文章编号: 1000-5013(2009)02-0183-03

关联维数在工业“三废”综合利用中的应用

陈 垒, 申 维

(中国地质大学 人文经管学院, 北京 100083)

摘要: 研究分形的特征参数——关联维数的 G-P(Grassberger-Procaccia) 计算方法. 利用关联维数的基本原理, 对湖南省 1986—2005 年的工业“三废”综合利用产品产值数据序列进行分形特征分析, 构建 m 维相空间及相应的分形特征模型. 研究结果表明, 当嵌入维数达到 7 以后, 动力学系统具有相对稳定的关联维数 2.98, 说明至少有 3 个因子在影响着该时间序列的动态变化, 并且该系统的有效自由度为 7. 研究中以关联维数作为依据, 对建立该时间序列的预测模型有较大的参考价值.

关键词: 分维数; 时间序列; 分形模型; 关联维; “三废”; 湖南省

中图分类号: TK 418; X 928.02(264)

文献标识码: A

分形理论创立于 70 年代中期, 其研究对象为自然界和社会活动中广泛存在的无序(无规则)而具有自相似性的系统. 它借助于自相似性原理洞察隐藏于混乱现象中的精细结构, 为不同学科发现规律性提供崭新的语言和定量的描述, 为现代科学技术提供新思想、新方法^[1,2]. 关联维是反映分形结构的一个重要特征参数, 它能够定量地描述事物内部结构的复杂程度^[3]. 近年来, 关联维被应用于水声信号处理、地震信号处理、雷达回波信号处理及目标识别等领域, 为解决复杂领域混沌、无规则问题和研究看似杂乱无章、零乱分散、支离破碎的形体问题提供了有力的非线性理论工具^[4]. 从一维数据序列计算关联维数的方法是采用 G-P(Grassberger-Procaccia) 算法^[5,6]. 在关联维计算中, 参数的选取是重要的, 选取不同的参数, 计算所得关联维数 D_z 的估计值和分形无标度区等结果存在较大的差异, 从而影响到对分形特性的定量分析和研究结果的可靠性^[7]. 本文探讨关联维数在工业“三废”综合利用中的应用.

1 关联维数的 G-P 算法

一维数据序列: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 截取前 m 个数据, 构成 m 维相空间的一个向量 $X_1 = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$, 然后依次向后移动 τ 个数据, 构成 m 维相空间的另一个向量 $X_2 = (x_2, x_3, x_4, \dots, x_{m+1})$. 这里, τ 取整数, 为构成相空间的采样间隔. 采用右移法, 以固定的间隔 r 逐渐提高变位, 于是由一维时间序列得到一个展拓了的 m 维相空间的点集(向量组 $\{X_i\}_{i=1,2,\dots,N}$, 其中 $N = n - m + 1$, 为点集中点的个数^[8-9]).

任选 m 维相空间中点集 $\{X_i\}_{i=1,2,\dots,N}$ 的一点 $X_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}\}$ 作参考点, 计算另外 $N-1$ 点与它的距离, 则可统计出落于以点 X_i 为中心、以小标量 r 为半径的体积元中的点的个数, 从而得到“关联积分”(也称关联函数). 即

$$C_m(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} H(r - \|X_i - X_j\|).$$

上式中, $C_m(r)$ 是相空间中两点之间距离小于 r 的概率, $\|X_i - X_j\|$ 为两点距离间的向量距离, r 为指定的距离上限, $H(\cdot)$ 是 Heaviside 阶跃函数. 可以看出关联积分的几何意义是, 在 m 维向量时间序列

收稿日期: 2008-06-09

通信作者: 申 维 (1957-), 男, 教授, 出站博士后, 主要从事非线性地质学的研究. E-mail: shenwei@cugb.edu.cn.

基金项目: 国家重点基础研究发展(973)计划项目(2006CB701400); 国家自然科学基金资助项目(40672196, 40638041); 中国地质大学资源环境管理实验室开放基金资助项目(REM06012)

中, 点对的距离不超过 r 的点对在所有点对中所占的比率, 它是一种空间相关性的度量, 凡是距离小于给定正数 r 的矢量, 称为有关联的矢量^[10].

在求取关联维数的过程中, 超球半径 r 的选择是关键. 如果 r 取的太大, 则任何一对矢量都发生“关联”, 此时 $C_m(r) = 1$, 这样的 r 反映不了系统的内部性质. 当 r 取的太小时, $C_m(r) = 0$. 适当地选择 r , 使得在 r 的某个区间内有 $C_m(r) = r^D$. 其中, D 称为关联维数, 这时 D 能描述自相似结构的混沌吸引子特征. 由上式可知, $D = \ln C_m(r) / \ln r$.

在实际应用中, 嵌入维数 m 是相空间重构过程中的一个重要参数. 在由单变量的时间序列重构相空间时, 为了保证该相空间能包含原状态空间吸引子的特征, 嵌入维数应该取得足够大. Takens 证明了嵌入维数大小的嵌入定理 $m \geq 2d + 1$, 其中, m 为嵌入相空间维数, d 为原状态空间吸引子所处空间的维数. 该定理表明, 嵌入空间的维数至少是吸引子维数的两倍. 嵌入维数太小, 将有可能不满足嵌入定理, 重构后的相空间不能反映原动力系统的特性; 嵌入维数过大, 将会导致计算量过大, 并有可能降低计算的可靠性^[6, 11].

最后, 根据给定一些嵌入维数 m 的值, 选择合适的标尺 r , 拟合出 $\ln C_m(r) - \ln r$ 的曲线, 曲线的斜率就是所要求的关联维数.

2 应用分析实例

根据湖南省 1986–2005 年的工业“三废”综合利用产品产值数据(表 1), 分析其时间关联维与嵌入相空间轨道的变化规律, 研究其分形特征. 表 1 中数据均来源于湖南省 1987 年至 2006 年统计年鉴.

表 1 工业“三废”综合利用产品产值
Tab. 1 Comprehensive utilization value of industrial “three wastes” products

年份	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
产值/亿元	1.993 2	3.448 6	4.636 4	3.324 7	3.662 0	6.409 4	7.365 2	7.160 7	8.791 2	9.830 1
年份	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
产值/亿元	9.822 3	9.879 7	10.590 7	10.307 1	11.615 3	12.343 4	13.464 1	15.312 9	18.532 2	26.351 4

经过计算, 构成相空间的采样间隔 τ 取 1, 嵌入维数 m 取 2~9, 并在 -0.4~1.5 之间每间隔 0.1 选取一个值作为标尺 $\ln r$. 分别计算在不同嵌入维和标尺条件下的 $\ln C(r)$ 值, 拟合出 $\ln C(r)$ 和 $\ln r$ 的关系曲线, 如图 1 所示. 根据图 1 的关联维数据可得, 当嵌入维数 m 取 2~9 时, 关联维数分别为 1.006, 1.702, 1.888, 2.387, 2.728, 2.984, 2.987, 2.976.

由此可知, 当嵌入维数 $m \geq 7$ 时, 关联维数趋于稳定而达到一个饱和值 $D = 2.98$, 即说明至少有 3 个动力学因子影响着该时间序列的动态变化^[11-12]. 所得到最小嵌入维数 $m = 7$, 它表征了动力系统有效自由度数目^[11, 13].

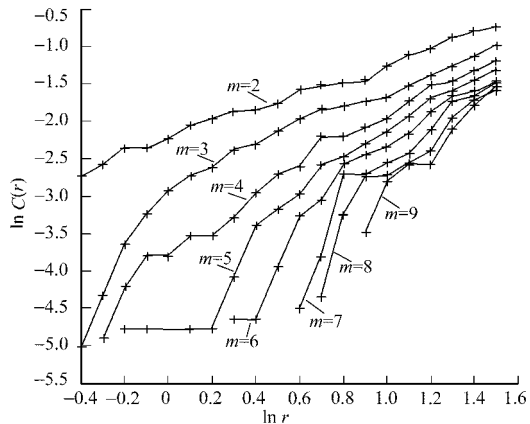


图 1 $\ln C_m(r) - \ln r$ 拟合曲线图
Fig. 1 Diagram of $\ln C_m(r) - \ln r$

3 结论

通过对湖南省近 20 年的工业“三废”综合利用产品产值数据的关联维数特征分析, 可以得到以下 4 点结论.

- (1) 1986~2005 年湖南省的工业“三废”综合利用产品产值数据分布具有分形特征, 且当嵌入维数 $m \geq 7$ 时, 系统具有相对稳定的关联维数 2.98. 因而需要构造至少 3 个独立变量的动力学系统, 才能较好地描述这种变量变化. 与原始序列相比, 这是一个实质性的简化.
- (2) 饱和关联维数所对应的嵌入相空间维数 $m = 7$, 反映了该混沌动力学系统的有效自由度数目为 7, 这为系统建模提供了变量数的上界^[14].
- (3) 研究工作为建立工业“三废”综合利用产品产值数据预测模型奠定了基础, 尤其是在进行系统

建模时,为合理地选取变量的数目提供了科学的依据。

(4) 利用 G-P 算法计算关联维数的缺憾是,不能确定影响工业“三废”综合利用产品产值数据变化的因素究竟有哪些,而只能说明至少有 3 个因子在影响着该数据的变化。

另外,由于资料的准确性、可靠性及序列数据的长度有一定的客观限制性,使计算结果较粗略,带有一定的局限性。但是,该研究对于地球科学中的重大疑难问题提出了一个新的非线性分析思路,是值得参考的。

参考文献:

- [1] 申 维. 分形混沌与矿产预测[M]. 北京: 地质出版社, 2002.
- [2] 申 维. 分形求和法及其在地球化学数据分组中的应用[J]. 物探化探计算技术, 2007, 29(2): 134-135.
- [3] MANDELBROT B B. Fractals: Forms, chance and dimension[M]. San Francisco: [s. n.], 1977.
- [4] SHEN W, ZHAO P D. The theoretical study of statistical fractal model and its application in mineral resource prediction[J]. Computers & Geosciences, 2002, 28(3): 369-376.
- [5] 周 越, 杨 杰. 求解关联维数的快速算法研究[J]. 电子学报, 2002, 10(10): 1526-1529.
- [6] 党建武, 黄建国. 基于 G-P 算法的关联维计算中参数取值的研究[J]. 计算机应用研究, 2004(1): 48-51.
- [7] CHENG Q. A spatial analysis method for geochemical anomaly separation[J]. Journal of Geochemical Exploration, 1996, 56(1): 183-195.
- [8] 杨志家, 赵光宙. 关于关联积分和关联维[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2000, 34(5): 523-526.
- [9] 于 青. 关联维数计算的分析研究[J]. 天津理工学院学报, 2004, 20(4): 60-62.
- [10] 王克斌, 彭真明, 杨旭明, 等. 地震数据关联维的快速计算方法[J]. 物探化探计算技术, 2000, 22(3): 225-228.
- [11] 邵 辉, 施志荣, 赵庆贤. 事故关联维数的分形特征分析[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 4(4): 141-144.
- [12] MANDELBROT B B. Multifractal measures, especially for the geophysicists[J]. Pure and Applied Geophysics, 1989, 131(1): 5-42.
- [13] TURCOTTE D L. Fractals and chaos in geology and geophysics[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1997.
- [14] 李 浩, 陈尔明. 一个特殊自相似分形集的 Hausdorff 测度的上界估计[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2005, 26(1): 16-18.

Correlation Dimension Applied in the Comprehensive Utilization of “Three Wastes”

CHEN Lei, SHEN Wei

(School of Humanities and Economic Management, China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

Abstract: The calculation method of fractal characteristic parameter—G-P (Grassberger Procaccia) calculation method of the correction dimension is studied. Fractal feature analysis was applied to the “three wastes” of products output data from 1986 to 2005 year in Hunan Province using the basic principle of correction dimensions, and m dimensional phase space was then constructed. The results indicated that the dynamic system had a relatively steady correlation dimension (2.98) after the embed dimension came to be 7, which suggested that at least three factors affects the dynamic changes of data sequence, and the effective freedom was 7. The research provides considerable references for establishing predictable model for it.

Keywords: fractal dimension; time series; fractal; correction dimension; three wastes; Hunan Province

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 陈国华)