

文章编号: 1000-5013(2011)05-0481-04

液态金属充型过程三维流动场数值模拟

刘晶峰, 李洪友, 江开勇

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 基于有限差分法建立液态金属充型过程流动计算的数学模型, 使用 SOLA-VOF 数值模拟技术开发液态金属充型过程三维流动场数值模拟分析软件. 然后, 利用该软件计算标准实验铸件充型过程的三维流动场, 结果与经典算例近似, 表明该软件关于流场的计算精度较高.

关键词: 充型; 流动场; 有限差分法; SOLA-VOF 算法; 数值模拟

中图分类号: TG 244; TP 391.9

文献标志码: A

液态金属成形的充型过程对铸件质量的影响很大, 各种缺陷如冷隔、浇不足等都是在液态金属充型不利的情况下产生的. 因此, 研究液态金属的充型过程对获得健全铸件有着重要意义. 液态金属的充型过程是在不透明铸型中进行的, 且具有速度快、温度高的特点, 研究液态金属的流动规律大都借助于间接的方法. 在充型过程数值模拟研究中, 主要采用 SIMPLE 算法、MAC-SMAC 算法及 SOLA-VOF 算法等几种方法. 其中, SOLA-VOF 算法是目前应用最为广泛的方法, 国外一些著名的铸造过程模拟软件, 如 Magmasoft, Procast 等均采用 SOLA-VOF 算法. 应用这种数值计算方法, 可以对极其复杂的液态金属成形过程进行定量描述, 达到改进浇注系统、优化铸造工艺的目的. 本文介绍利用自主开发的金属液态成形工艺分析系统, 进行液态金属充型过程三维流动场数值分析的全过程.

1 数理模型

铸件充型过程中, 液态金属的流动为粘性不可压缩流体带有自由表面的非稳态流动, 而且是三维的, 它的运动状态可用质量守恒方程(连续性方程)和动量守恒方程(Navier-Stokes 方程)来表示. 在三维直角坐标系中, 其表达式分别为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g_x + \gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + g_y + \gamma \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g_z + \gamma \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(1), (2)中: ρ 为流体的密度; γ 为流体的运动粘度; P 为流场中 (x, y, z) 点的压力; u, v, w 为 (x, y, z) 点的流速在 3 个坐标轴方向的速度分量; g_x, g_y, g_z 为重力加速度在 3 个坐标轴方向的分量.

2 计算方法

采用 SOLA-VOF 方法^[1]计算流动域及其速度、压力分布规律. 速度、压力按交错网格方式离散, 进

收稿日期: 2010-11-18

通信作者: 刘晶峰(1964-), 男, 副教授, 主要从事材料成形 CAD/CAE 及计算机图形学的研究. E-mail: ljf_027@163.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50675072); 华侨大学高层次人才科研启动项目(07BS202)

而对 Navier-Stokes 方程和连续性方程进行离散;然后,采用 SOLA 解法完成流动域内速度、压力的计算;流动域的变化通过体积函数的变化来追踪.因此,需要对体积函数在流动域(包括自由表面)上进行空间离散,再利用 VOF 解法计算出新时刻的流动域.

2.1 速度、压力及流动域的计算

2.1.1 Navier-Stokes 方程的离散 对 Navier-Stokes 方程进行离散,经整理得到的离散化方程为

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1/2,j,k}^{\delta t} &= u_{i+1/2,j,k} + \delta t \cdot \left[\frac{P_{i,j,k}^{\delta t} - P_{i+1,j,k}^{\delta t}}{\rho \delta x_{i+1/2}} + g_x - FUX - FUY - FUZ + VISX \right], \\ v_{i,j+1/2,k}^{\delta t} &= v_{i,j+1/2,k} + \delta t \cdot \left[\frac{P_{i,j,k}^{\delta t} - P_{i,j+1,k}^{\delta t}}{\rho \delta y_{j+1/2}} + g_y - FVX - FVY - FVZ + VISY \right], \\ w_{i,j,k+1/2}^{\delta t} &= w_{i,j,k+1/2} + \delta t \cdot \left[\frac{P_{i,j,k}^{\delta t} - P_{i,j,k+1}^{\delta t}}{\rho \delta z_{k+1/2}} + g_z - FWX - FWY - FWZ + VISZ \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中:带有上标 δt 的变量表示在微小时间段 δt 以后的值,不带上标的变量则表示当前值;各变量的下标表示所处的空间网格;其他标志符(由大写英文字母组成的)分别为不同差分表达式.限于篇幅不便展开.

2.1.2 连续性方程的离散 连续性方程(1)的离散形式如下

$$\frac{u_{i+1/2,j,k}^{\delta t} - u_{i-1/2,j,k}^{\delta t}}{\delta x_i} + \frac{v_{i,j+1/2,k}^{\delta t} - v_{i,j-1/2,k}^{\delta t}}{\delta y_j} + \frac{w_{i,j,k+1/2}^{\delta t} - w_{i,j,k-1/2}^{\delta t}}{\delta z_k} = 0. \quad (4)$$

式中:各变量的含义与式(3)相同.

2.1.3 SOLA 解法 SOLA 方法有如下 5 个计算步骤.

(1) 假设在 δt 时间段后每个网格的压力值都不变,都等于当前的压力值,就可以根据离散方程(3)解出 δt 时间段后每个网格的速度值.这个速度值显然不是最终的结果,称为试算速度值,记为 $u'_{i+1/2,j,k}, v'_{i,j+1/2,k}, w'_{i,j,k+1/2}$.

(2) 对每个网格都定义

$$D_{i,j,k} = \frac{u'_{i+1/2,j,k} - u'_{i-1/2,j,k}}{\delta x_i} + \frac{v'_{i,j+1/2,k} - v'_{i,j-1/2,k}}{\delta y_j} + \frac{w'_{i,j,k+1/2} - w'_{i,j,k-1/2}}{\delta z_k}. \quad (5)$$

将每个网格的试算速度代入式(5),求出每个网格的值 $D_{i,j,k}$.

(3) 判断每个网格的 $D_{i,j,k}$ 值.实际上,式(5)就是连续性方程离散化的另一种形式,如果 $D_{i,j,k} = 0$,则表明 (i,j,k) 网格满足了连续性方程.当全部流场中的网格都满足连续性方程时,试算速度场就是最终新时刻的速度场,同时存在的压力场也就是新时刻的压力场.这时,计算结束.如果有一个网格不满足连续性方程,则继续执行步骤(4).

(4) 对不满足连续性方程的网格,即 $D_{i,j,k} \neq 0$ 的网格进行速度校正.若要使某一个网格周围的速度发生变化,只有改变它的压力,因此,速度校正的前提是压力的校正.对于 $D_{i,j,k} \neq 0$ 的网格,其校正压力经推导及整理得出

$$\delta P^n = D_{i,j,k} / \frac{\partial D_{i,j,k}}{\partial P}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial D_{i,j,k}}{\partial P} = \frac{\delta t}{\delta x_i} \left(\frac{1}{\rho \delta x_{i+1/2}} + \frac{1}{\rho \delta x_{i-1/2}} \right) + \frac{\delta t}{\delta y_j} \left(\frac{1}{\rho \delta y_{j+1/2}} + \frac{1}{\rho \delta y_{j-1/2}} \right) + \frac{\delta t}{\delta z_k} \left(\frac{1}{\rho \delta z_{k+1/2}} + \frac{1}{\rho \delta z_{k-1/2}} \right),$$

校正后的网格压力 $P^{n+1} = P^n + \delta P^n$. 从校正压力可得校正试算速度为

$$\left. \begin{aligned} u'_{i+1/2,j,k}^{n+1} &= u'_{i+1/2,j,k}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta x_{i+1/2}}, & u'_{i-1/2,j,k}^{n+1} &= u'_{i-1/2,j,k}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta x_{i-1/2}}, \\ v'_{i,j+1/2,k}^{n+1} &= v'_{i,j+1/2,k}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta x_{j+1/2}}, & v'_{i,j-1/2,k}^{n+1} &= v'_{i,j-1/2,k}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta y_{j-1/2}}, \\ w'_{i,j,k+1/2}^{n+1} &= w'_{i,j,k+1/2}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta z_{k+1/2}}, & w'_{i,j,k-1/2}^{n+1} &= w'_{i,j,k-1/2}^n + \frac{\delta t \cdot \delta P^n}{\rho \delta z_{k-1/2}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

在上面各式中,用上标 $n, n+1$ 表示校正循环的次数.

(5) 用校正得到的试算速度场再进行步骤(2)和(3),直到步骤(3)中的条件被满足,计算结束.

在实际计算过程中,要求每一个网格的 $D_{i,j,k} = 0$ 几乎是不可能的,一般要求 $|D_{i,j,k}| < 10^{-3}$ 即可.

另外, 由于采用了均匀网格, 空间步长为 δx 时, 式(6)可简化为

$$\delta P^n = \frac{D_{i,j,k} \rho \delta x^2}{6 \delta t}. \quad (8)$$

对于其他的离散方程, 采用等间距的网格也可以得到不同程度的简化. 这种简化有利于减少计算量, 提高计算速度.

2.1.4 VOF 解法 在微小时间段 δt 内, 可以认为流场中速度是稳定的. 故而, 在 δt 时间段以后流场内任意一边长为 δx 的立方体网格, 其体积函数变化 $\Delta F_{i,j,k}$ 为

$$\Delta F_{i,j,k} = \frac{\delta t}{\delta x} (u_{i+1/2,j,k} - u_{i-1/2,j,k} + v_{i,j+1/2,k} - v_{i,j-1/2,k} + w_{i,j,k+1/2} - w_{i,j,k-1/2}). \quad (9)$$

当 $\Delta F_{i,j,k} > 0$ 时, 表示 (i, j, k) 网格内的流体量增加; 当 $\Delta F_{i,j,k} = 0$ 时, 表示 (i, j, k) 网格内的流体量没有变化; 当 $\Delta F_{i,j,k} < 0$ 时, 表示 (i, j, k) 网格内的流体量减少. 采用式(9)对每个网格的体积函数的变化进行计算, 就可以从整体上得到流体流动域与自由表面随时间的变化发展过程.

2.2 计算条件^[2]

Navier-Stokes 方程与连续性方程只能作用于原有的流动域上, 对于新产生的流动域和自由表面上的速度和压力, 它们是无能为力的. 新产生的流动域与自由表面上的速度与压力也是下一个 δt 时刻的流场的计算基础. 因此, 只有正确地处理流场自由表面的速度与压力边界条件, 才能使流场数值模拟获得符合实际的计算结果.

2.2.1 自由表面速度边界条件的设置 当流体的流动域缩小时, 也就是有满网格变成边界网格时, 根据只有满网格周围才可以有速度这一规定, 可把新产生的边界网格与周围非满网格之间的速度都设为零. 当流体的流动域扩大, 自由表面向前推进时, 速度边界条件的设置比较复杂. 通过惯性原理和连续性原理相结合的方法, 可对 62 种可能的新生自由表面的速度进行处理.

2.2.2 自由表面的压力边界条件 在铸件的充型过程中, 液态金属的表面存在压力. 这个压力的外部来源是铸型中被压缩而未排除掉的空气, 内部来源是液态金属的表面张力, 铸型的设计应该有足够的排气能力. 因而充型过程中, 液态金属自由表面上来自外部的压力是可以忽略的, 自由表面上的压力主要来源于自身, 即液态金属的表面张力. 在一般的重力浇注条件下, 经过计算液态金属的表面张力很小, 也可以忽略. 因此, 将自由表面网格的压力设置为零.

2.2.3 数值稳定性条件 按照有限差分法的要求, 只有相邻的网格之间才能发生作用. 因此, 在空间网格划分好的情况下, 最大的时间步长也就定下来了, 它保证在一个时间步长内流体的流量不能超过一个网格距离. 即不大于所有流动域网格中的最小量, 有

$$\delta t \leq \min \left\{ \frac{\delta x}{|u|}, \frac{\delta y}{|v|}, \frac{\delta z}{|w|} \right\}. \quad (10)$$

同样, 在一个时间步长内流体的动量扩散也不能超过一个网格的范围, 由此可得

$$\delta t \leq \frac{3}{4\gamma} \left(\frac{\delta x^2 \delta y^2 \delta z^2}{\delta x^2 \delta y^2 + \delta y^2 \delta z^2 + \delta z^2 \delta x^2} \right). \quad (11)$$

式(11)中: γ 为运动粘度; $\delta x, \delta y, \delta z$ 均为网格间距.

将上面两个因素综合考虑, 取最小值就可以得到保证充型流动数值计算不发散的最大时间步长, 也就是数值稳定性条件. 当采用均匀网格时, 上述时间步长的调整计算将得到简化.

2.2.4 固壁速度边界条件 从 SOLA 解法中可以看出, 流动域内每个网格的速度的计算都与周围网格的速度有关, 但对于与固壁相接触的流体网格来说固壁网格中是没有速度的. 这时, 必须假设在固壁网格中存在着假想流动层, 并设置流动层的速度, 即固壁速度边界条件. 在 SOLA 方法中给出了两种理想的, 也是极端的固壁边界条件: 自由滑动边界和无滑动边界.

3 结果与分析

利用自主开发的金属液态成形工艺分析系统, 对标准实验铸件^[3] 充型过程三维流动场进行了模拟计算. 铸件材质为 ZG25; 采用均匀网格, 大小为 5 mm, 利用前处理模块对铸件/铸型系统进行网格划

分^[4],总网格数 42 768 个,其中铸件网格数为 1 548 个. 主要物性参数^[5]: 密度 $\rho=7.6 \text{ Mg} \cdot \text{m}^{-3}$, 运动粘度 $\gamma=6 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, 重力加速度 $g=9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 计算结果保存为流动场数据文件(*.fld)序列, 然后利用后处理模块对流动场变量进行可视化处理^[6], 结果如图 1 所示. 从图 1 可知, 模拟结果与文献[3]中介绍的算例比较相似, 表明采用的流场算法是成功的且计算精度较好.

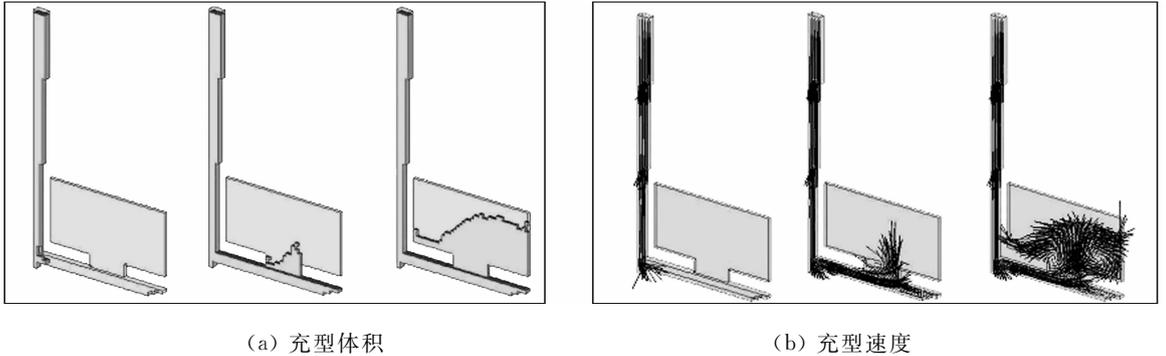


图 1 标准实验铸件充型模拟结果

Fig. 1 Results of filling simulation of benchmark test casting

4 结束语

由于液态金属充型过程是在不透明的铸型中发生的, 且速度快、温度高, 通过计算机模拟进行间接研究十分必要. 文中在流场计算时并未考虑液态金属热量的散失(即温度场的影响), 为准确模拟流动场, 今后需加强流动与传热耦合计算的研究.

参考文献:

- [1] 袁浩杨. 铸件形成过程传热与流动耦合数值模拟的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 1995.
- [2] 熊守美, 许庆彦, 康进武. 铸造过程模拟仿真技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 92-96.
- [3] 中国机械工程学会铸造分会. 铸造手册(第 5 卷): 铸造工艺[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2003: 885-887.
- [4] 刘晶峰, 李洪友, 方建成. 铸造 CAE 系统的网格剖分技术[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2008, 29(3): 327-330.
- [5] 杨全, 张真. 金属凝固过程与铸造过程数值模拟[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1996: 291-306.
- [6] 刘瑞祥, 杨宠. 凝固过程数值模拟的可视化研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(4): 42-48.

Numerical Simulation on 3-D Fluid Field for Mold Filling of Liquid Metal

LIU Jing-feng, LI Hong-you, JIANG Kai-yong

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: A mathematical model was put forward for simulating the fluid flow phenomena during mold filling of liquid metal using the finite difference method. A computational program was developed based on the SOLA-VOF algorithm for numerically calculating the 3-D fluid field during mold filling of liquid metal. Finally, by using the program, numerical calculation on fluid field during mold filling of benchmark test casting was carried out. The results of numerical simulation are similar to agree well with those of classic examples, which indicates that the program is of high precision in numerical calculation.

Keywords: mold filling; fluid field; finite difference method; SOLA-VOF algorithm; numerical simulation

(责任编辑: 黄晓楠 英文审校: 崔长彩)