

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201604051



采用共享空间稀疏表示的 单幅图像超分辨率方法

张建, 彭佳林, 杜吉祥

(华侨大学 计算机科学与技术学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 基于高分辨率图像与其对应的低分辨率图像在转换到特定空间后有高度关联性的假设, 提出一种基于共享空间稀疏表示的单幅图像超分辨率方法. 该算法应用典型相关分析建立图像块对之间的联系, 稀疏正则项刻画理想图像在过完备字典下的稀疏表示. 实验结果表明: 文中方法改善了算法执行速度, 消除了图像主要边缘处的模糊与伪影, 增强了图像重建质量.

关键词: 超分辨率; 稀疏表示; 典型相关分析; 自然图像先验

中图分类号: TP 391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2018)02-0268-06

Single Image Super-Resolution Algorithm Using Sparse Representation in Common Space

ZHANG Jian, PENG Jialin, DU Jixiang

(College of Computer Science and Technology, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: This paper presents a single image super-resolution algorithm based on sparse representation in common space. The method is based on the assumption that the corresponding high resolution and low resolution images have high correlations coefficients when transformed into special space. We apply canonical correlation analysis to find the relationship between high resolution and low resolution image pairs. The sparsity regularization term constraints the underlying image with a sparse representation in an over-complete dictionary. Experimental results demonstrates that our proposed algorithms not only improve running rate of the performance and eliminate blurring and ringing artifacts around major edges, but also enhance image reconstruction quality.

Keywords: super resolution; sparse representation; canonical correlation analysis; natural image prior

在医学、遥感和数字媒体等领域中, 通常都需要获取高分辨率图像. 但是由于硬件制造水平、传感器成本与环境影响等因素, 高分辨率图像的获取难度大、成本高. 超分辨率(super resolution, SR)方法是利用信号处理手段增强图像分辨率的图像重建技术. SR 方法将一幅或多幅低分辨率(low resolution, LR)图像作为输入, 并将其重构成高分辨率(high resolution, HR)图像. 由于其本身是一个病态逆问题, 所以在重建过程中需要正则化进行求解. 为了正则化解决图像超分辨率问题, 各种自然图像先验与方法被应用于解决该问题, 如稀疏先验^[1], 基于图像边缘统计^[2]与梯度^[3-4]的图像模型, 回归分析方法^[3,5], 应

收稿日期: 2016-04-25

通信作者: 杜吉祥(1977-), 男, 教授, 博士, 主要从事图像处理、神经网络、数据挖掘的研究. E-mail: jxdu@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61175121); 福建省自然科学基金资助项目(2013J06014, 2015J01254); 福建省教育厅科技项目(JA14021); 华侨大学中青年教师科研提升计划项目(ZQN-YX108); 华侨大学研究生科研创新能力培育计划项目(1400214008)

用深度学习进行图像超分辨率^[6-7]等. Yang 等^[1]首次提出了基于稀疏表示的超分辨率重建方法(SCSR),获得了良好的视觉效果. Zeyde 等^[8]用 K-SVD^[9]算法训练得到低分辨率字典,并用正交匹配追踪(OMP)^[10]方法计算得到稀疏系数,该方法在一定程度上提高了字典的训练效率且获得了满意的图像重建效果. Kim 等^[3]提出核脊回归(KRR)方法,并应用边缘平滑先验消除振铃效应. Timofte 等^[5]提出了锚点邻域回归方法(ANR),利用脊回归学习多线性映射描述 LR/HR 图像块之间的关系,在提升图像重建质量的同时,极大地提升了图像重建速度. 基于此,本文提出基于图像的稀疏先验模型,应用典型相关分析映射图像特征到关联子空间.

1 典型相关分析

应用典型相关分析(canonical correlation analysis, CCA)的思想^[11]首先由 Hotelling^[12]提出,是研究两组变量之间相关性的一种统计方法. 这两组变量分别是 HR 和 LR 图像. CCA 在最大化两组变量的相关性下,为每个变量求得投影矩阵. 经过投影后,HR 与 LR 图像被投影到关联空间,称为共享空间. 由于 HR 与 LR 两者增强的相似性,使得在共享空间内,超分辨重建算法更加高效.

假设给定两组零均值向量 P 和 Q ,即

$$P = \{P_i\}_{i=1}^m = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}, \quad Q = \{Q_i\}_{i=1}^m = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}. \tag{1}$$

定义 u 和 v 为变换后的特征向量,即

$$u = w_P^T P, \quad v = w_Q^T Q. \tag{2}$$

式(2)中: w_P 与 w_Q 代表了相应的投影矩阵.

CCA 的目标是在最大化 u 和 v 的相关系数下,获得投影方向矩阵 w_P 和 w_Q . 可通过最大化如下准则函数获得,即

$$\rho = \frac{w_P^T c_{PQ} w_Q}{\sqrt{w_P^T c_{PP} w_P w_Q^T c_{QQ} w_Q}}. \tag{3}$$

式(3)中: $c_{PP} = E[PP^T]$, $c_{QQ} = E[QQ^T]$ 分别表示 P 和 Q 的协方差矩阵; $c_{PQ} = E[PQ^T]$ 表示它们之间的互协方差矩阵, $E[\cdot]$ 是数学期望.

为了求得 w_P 与 w_Q , 计算式为

$$R_1 = c_{PP}^{-1} c_{PQ} c_{QQ}^{-1} c_{QP}, \quad R_2 = c_{QQ}^{-1} c_{QP} c_{PP}^{-1} c_{PQ}. \tag{4}$$

式(4)中: R_1 与 R_2 的特征向量分别为 w_P 与 w_Q 的值. 具体求解过程可参见文献[11].

2 采用共享空间稀疏表示的图像超分辨率重建方法

从 LR 图像中恢复出 HR 图像的关键是如何高效地建立 LR 与 HR 图像之间的关系. 为了处理这个问题,应用 CCA 建立特征空间恢复 HR 图像,通过应用 CCA 求得 HR 与 LR 特征空间的变换,从而最大化 HR 与 LR 图像内部几何的关联性. Yang 等^[1]提出的 SCSR 方法直接进行稀疏模型求解,而 CCA 将 LR 特征映射到共享空间后,在共享空间进行稀疏正则模型的求解.

文中超分辨率重建算法的整个方案,如图 1 所示. 算法包括训练阶段和重建阶段. 由图 1 可知:训练时,通过 CCA 得到一对投影矩阵;重建时,用该投影矩阵从给定低分辨率输入图像中重建出高分辨率图像.

2.1 字典训练部分

对训练图像进行预处理,得到高分

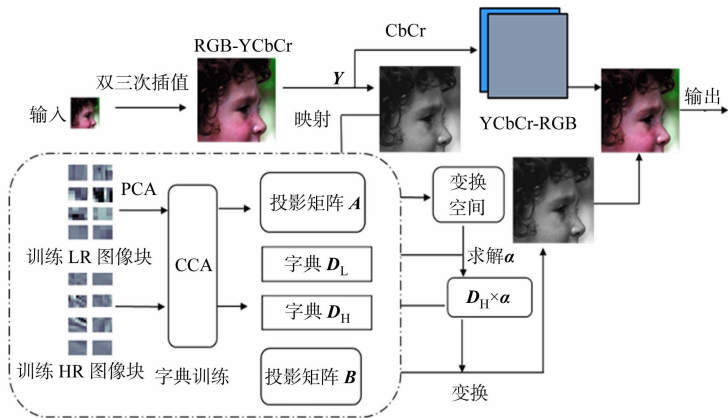


图 1 文中算法框图

Fig. 1 Flowchart of our proposed algorithm

分辨率与低分辨率图像块集 $\{\mathbf{P}_H^{N \times M}, \mathbf{P}_L^{N \times S}\}_k$, 其中, N 代表图像块的数量, M 与 S 分别代表 HR 图像块与 LR 图像块用主成分分析^[13] (principal component analysis, PCA) 降维后的维度. 在进行字典学习之前, 需用 CCA 得到 HR 与 LR 的投影方向矩阵与变换后的特征矩阵. 分别计算 \mathbf{P}_H 与 \mathbf{P}_L 的均值, 得到 \mathbf{u}_H 与 \mathbf{u}_L , 则有

$$\mathbf{X}^H = \mathbf{P}_H - \mathbf{u}_H, \quad \mathbf{X}^L = \mathbf{P}_L - \mathbf{u}_L. \tag{5}$$

为了最大化特征矩阵 $\mathbf{c}^H = (\mathbf{V}^H)^T \mathbf{X}^H$ 与 $\mathbf{c}^L = (\mathbf{V}^L)^T \mathbf{X}^L$ 的相关系数, 需要用 CCA 求得投影矩阵 \mathbf{V}^H 与 \mathbf{V}^L . 表达式为

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{E[\mathbf{c}^H \mathbf{c}^L]}{\sqrt{E[(\mathbf{c}^H)^2]E[(\mathbf{c}^L)^2]}} = \frac{E[(\mathbf{V}^H)^T \mathbf{X}^H (\mathbf{X}^L)^T \mathbf{V}^L]}{\sqrt{E[(\mathbf{V}^H)^T \mathbf{X}^H (\mathbf{X}^H)^T \mathbf{V}^H]E[(\mathbf{V}^L)^T \mathbf{X}^L (\mathbf{X}^L)^T \mathbf{V}^L]}}. \tag{6}$$

由式(6)可知: $\mathbf{c}_{pp} = E[\mathbf{X}^H (\mathbf{X}^H)^T]$; $\mathbf{c}_{p0} = E[\mathbf{X}^H (\mathbf{X}^L)^T]$; $\mathbf{c}_{0p} = E[\mathbf{X}^L (\mathbf{X}^H)^T]$; $\mathbf{c}_{00} = E[\mathbf{X}^L (\mathbf{X}^L)^T]$. 基于式(6), 求得投影矩阵 \mathbf{V}^H 与 \mathbf{V}^L , 它们就是 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 的特征向量.

在给定 HR 与 LR 的特征变换矩阵后, 便可以进行字典的学习. 字典学习策略采用 Yang 等^[1] 所提出的联合字典训练方法, 稀疏问题表达式为

$$\mathbf{D}_H = \arg \min_{\{\mathbf{D}_H, \mathbf{z}\}} \|\mathbf{c}^H - \mathbf{D}_H \mathbf{z}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{z}\|_1, \tag{7}$$

$$\mathbf{D}_L = \arg \min_{\{\mathbf{D}_L, \mathbf{z}\}} \|\mathbf{c}^L - \mathbf{D}_L \mathbf{z}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{z}\|_1. \tag{8}$$

将上述两个目标函数组合在一起, 使 HR 与 LR 图像块享有相同的稀疏表示, 则有

$$\arg \min_{\{\mathbf{D}_H, \mathbf{D}_L, \mathbf{z}\}} \|\mathbf{C} - \mathbf{D} \mathbf{z}\|_2^2 + \lambda \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \right) \|\mathbf{z}\|_1. \tag{9}$$

式(9)中: $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{c}^L \\ \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{c}^H \end{bmatrix}$; $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{D}_L \\ \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{D}_H \end{bmatrix}$; N 与 M 分别代表 \mathbf{c}^L 与 \mathbf{c}^H 的维度.

应用在线字典学习方法^[14-15] 解决上述优化问题.

2.2 图像重建

图像重建部分的基本思路: 将低分辨率图像特征块 \mathbf{y}_L 映射到共享空间内得到 \mathbf{c}^L , 根据字典 \mathbf{D}_L 估计其稀疏表示 $\boldsymbol{\alpha}$, 再由 $\boldsymbol{\alpha}$ 和高分辨率字典 \mathbf{D}_H 得到 \mathbf{c}^H , 运用逆变换, 得到高频分量 \mathbf{x} . \mathbf{c}^L 的稀疏编码问题可以表示为

$$\boldsymbol{\alpha} = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_0, \quad \text{s. t.} \quad \|\mathbf{c}^L - \mathbf{D}_L \boldsymbol{\alpha}\|_2^2 \leq \epsilon. \tag{10}$$

考虑到相邻图像块间的匹配问题, 对式(10)进行改进, 即

$$\boldsymbol{\alpha} = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_0, \quad \text{s. t.} \quad \|\mathbf{c}^L - \mathbf{D}_L \boldsymbol{\alpha}\|_2^2 \leq \epsilon_1, \quad \|\mathbf{R} \mathbf{D}_H \boldsymbol{\alpha} - \mathbf{w}\|_2^2 \leq \epsilon_2. \tag{11}$$

式(11)中: \mathbf{R} 用于提取当前估计的高频分量块与其相邻块的重叠区域; \mathbf{w} 表示已估计高频分量在重叠区域的估计值. 最终优化问题为

$$\boldsymbol{\alpha} = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 + \|\mathbf{y} - \mathbf{D} \boldsymbol{\alpha}\|_2^2, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \beta \mathbf{w} \\ \mathbf{c}^L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \beta \mathbf{R} \mathbf{D}_H \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{D}_L \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

式(12)中: β 用于权衡低分辨率图像特征与已估计的高频分量之间的匹配权重.

对低分辨率输入图像块逐一处理, 得到对应的高分辨率图像的高频分量, 再与对应的低频分量线性组合得到超分辨率图像 \mathbf{X} . 具体算法流程有以下 3 个步骤.

步骤 1 将低分辨率输入图像 \mathbf{y}_L 上采样 s 倍, 产生图像 \mathbf{Y}_L . 利用高通滤波器对 \mathbf{Y}_L 处理后得到图像集 $\{\mathbf{Y}_L\}_k$.

步骤 2 从每幅图像 \mathbf{Y}_L 中提取大小为 $3 \text{ px} \times 3 \text{ px}$ 的图像块, 保留 2 个像素宽的重叠区域, 将这些图像块连接为一个块向量 $\tilde{\mathbf{p}}_L$. 图像块组成的数据集为 $\{\tilde{\mathbf{p}}_L\}_k$, 对于每一个图像块 $\tilde{\mathbf{p}}_L$, 迭代执行下列步骤.

- 1) 用投影矩阵对 $\tilde{\mathbf{p}}_L$ 降维后产生 \mathbf{P}_L , 并计算 $\mathbf{Y}_L = \mathbf{P}_L - \mathbf{u}_L$.
- 2) 将 LR 特征投影到共享空间内: $\mathbf{c}^L = (\mathbf{V}^L)^T \mathbf{Y}_L$.

- 3) 对 \mathbf{c}^L 与 \mathbf{D}_L 应用 OMP 算法, 解决优化问题(12), 即 $\min_{\alpha} \|\mathbf{D}\alpha - \mathbf{y}\|_2 + \lambda \|\alpha\|_0$.
- 4) 在共享空间内重构 HR 图像块, $\mathbf{c}^H = \mathbf{D}_H \alpha$.
- 5) 运用逆变换, 得到最终的 HR 图像块, $\mathbf{X}_H = (\mathbf{V}^H (\mathbf{V}^H)^T + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{c}^H + \mathbf{u}_H$.
- 步骤 3 将产生的 HR 图像块集 $\{\mathbf{X}_k^H\}_k$ 与对应的低频分量线性叠加, 得到高分辨率图像 \mathbf{X} .

3 实验部分

3.1 实验设置

文中所有算法的实验平台 PC 机配置: 64 位 Windows 7 系统; 3.30 GHz 的 Intel® Core(TM)i3 四核处理器; 8 GB 的系统内存.

选取 Yang 等^[1]提供的 61 张图片作为训练集. 将训练集图像旋转到不同方向(0°, 90°, 180°, 270°), 以此增加示例图像. 用低分辨率图像块的一阶与二阶导数作为它们的特征表示, 这与 Yang 等^[1]和 Chang 等^[16]的做法是相同的. 因为人类视觉系统对亮度比色度更加敏感, 所以将 RGB 通道转换到 YCbCr 颜色空间, 仅在 Y 通道进行超分辨率的重建, Cb 与 Cr 通道用双三次插值上采样到期望大小.

选取文献[8]中提供的 Set 14 作为标准图像测试集, 将原始高分辨率图像经过下采样处理, 得到低分辨率图像作为仿真性能测试图像. 实验中, 图像块大小选取为 3 px×3 px, 重叠部分为 2 个像素, 放大倍数为 3. 为了平衡计算效率与结果质量, 字典大小选为 1 024.

为了对不同 SR 算法的图像重建质量进行定量评价, 选取峰值信噪比(peak signal to noise ratio, PSNR)和结构相似性(structural similarity, SSIM)2 个评价指标. PSNR 和 SSIM 是 2 种被广泛采用的图像质量评价指标. PSNR 和 SSIM 指标越大, 表示重建图像的质量越高.

通过两组实验验证文中算法的有效性. 第一组实验在没有图像后处理(CCA_NP)的情况下, 与双三次插值, SCSR^[1], Zeyde^[8], ANR^[5]的超分辨率方法进行比较; 第二组实验比较加上图像后处理后, 图像重建效果的改善. 第一组实验在 8 幅测试图像上, PSNR 和 SSIM 的评价指标结果, 如表 1 所示. 这些方法在 Baboon 图像上的视觉效果的差别, 如图 2 所示.

表 1 不同 SR 算法的 PSNR 和 SSIM 比较
Tab. 1 Comparison of PSNR and SSIM with various SR algorithm

图像	PSNR					SSIM				
	Bicubic	SCSR	Zeyde	ANR	CCA_NP	Bicubic	SCSR	Zeyde	ANR	CCA_NP
Baboon	23.2	23.5	23.5	23.6	23.6	0.543 8	0.590 6	0.590 7	0.598 6	0.609 1
Flowers	27.2	28.3	28.4	28.5	28.5	0.801 0	0.832 0	0.838 1	0.839 3	0.837 3
Foreman	31.2	32.1	33.2	33.2	33.6	0.905 4	0.919 9	0.929 6	0.928 9	0.929 1
Lenna	31.7	32.8	33.0	32.6	33.1	0.857 8	0.873 0	0.878 5	0.880 4	0.878 3
Man	27.0	27.8	27.9	27.9	28.0	0.749 4	0.780 2	0.786 5	0.788 6	0.788 7
Monarch	29.4	30.8	31.1	31.1	31.1	0.919 3	0.932 5	0.938 4	0.937 2	0.934 4
Pepper	32.4	33.5	34.1	33.8	33.9	0.869 8	0.876 9	0.886 3	0.884 8	0.882 9
Zebra	26.6	28.2	28.5	28.4	28.5	0.795 1	0.830 1	0.841 7	0.842 2	0.838 1
平均值	28.6	29.6	30.0	29.9	30.0	0.805 2	0.829 4	0.836 2	0.837 5	0.837 2

由表 1 可知: 双三次插值的 PSNR 与 SSIM 重建评价指标最差, SCSR 算法明显改善了图像重建评





图 2 Baboon 图像超分辨率结果比较($\times 3$)

Fig. 2 Super-resolution results comparison of Baboon with scale factor ($\times 3$)

价指标,但并不是最好的;对于 SSIM 指标,文中方法取得了与 ANR 近似相同的结果.由图 2 可知:重建图像的视觉差异,对于截取的毛发区域,双三次插值恢复的效果较模糊;SCSR,Zeyde,ANR 算法虽然获得了清晰的效果,但三者视觉上无明显差异,文中方法与这三者相比,恢复的毛发具体细节更加清晰.

3.2 图像后处理

自然图像先验框架首先由 Tappen 等^[17]提出,经 Kim 等^[3]修改成为高效的平滑边缘的图像后处理方法.为了验证该方法在文中方法上的效果,在 Set 14 测试集上进行 CCA 加图像后处理(CCA_PP)与 CCA 无图像后处理(CCA_NP)的对比实验.CCA_NP 和 CCA_PP 的 PSNR 平均值分别为 30.0,31.2.由此可知:该图像后处理方法明显改善了文中方法的重建效果.CCA_NP 与 CCA_PP 方法的视觉效果比较,如图 3 所示.图 3(b)中,蝴蝶翅膀处黑色条纹模糊且有些伪影;而图 3(c)中可以看到更加清晰的细节,证明了该图像后处理方法的高效性.

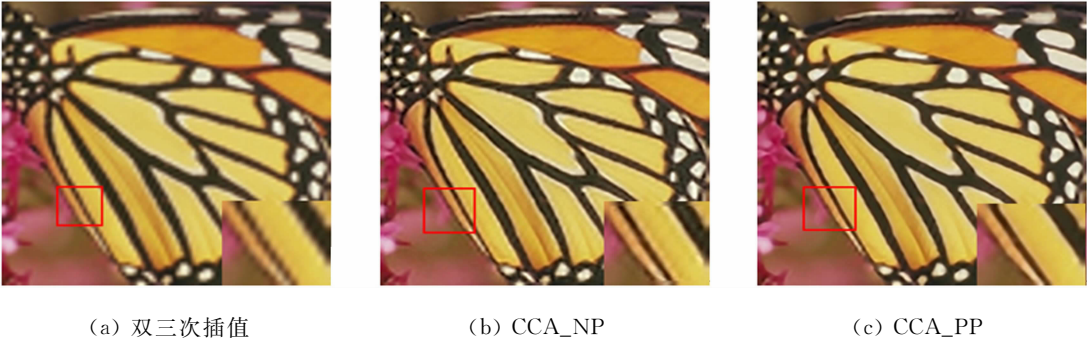


图 3 CCA_NP 与 CCA_PP 方法的视觉效果比较

Fig. 3 Visual effect comparison from image obtained by CCA_NP and CCA_PP

3.3 运行时间

比较字典训练与图像重建两部分,文中方法在没有图像后处理和不同 SR 方法的程序运行时间差异.SCSR 算法的字典训练时间需要 2~3 h;Zeyde 训练部分采用 K-SVD 方法训练字典大约需要 20 min;由于 ANR 算法是借助 Zeyde 中训练的字典进行近邻求解计算,其训练时间与 Zeyde 基本相同.文中算法借助 SPAMS 工具箱中的在线字典学习方法,字典训练时间缩短到 5 min 左右,字典训练效率获得了很大地改善.对 Set 14 测试集 14 幅图像测试时,SCSR,Zeyde,ANR 和 CCA_NP 算法的平均重建时间分别为 79.33,2.13,0.78,10.48 s.由此可知:文中方法平均运行时间为 10.48 s,比 SCSR 算法快 7.5 倍,但是,与 ANR 与 Zeyde 算法相比,分别慢了 13 倍和 5 倍.

4 结束语

提出一种基于共享空间稀疏表示的超分辨率重建方法.该方法应用典型相关分析将图像特征映射到共享空间进行稀疏域求解,高效地建立了高分辨率图像与低分辨率图像之间的联系,验证了 CCA 作为变换工具可以很好地描述两变量之间的相关关系.该方法很好地平衡了图像重建效果与程序运行时间.与多种超分辨率方法的对比实验结果表明:文中方法不仅可以很好地重建图像,而且提高了单幅图像

的重建速度.下一步工作需要解决的重要问题之一是,对于两相关空间,如何建立更可靠的映射矩阵.

参考文献:

- [1] YANG Jianchao, WRIGHT J, HUANG T S, *et al.* Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Trans Image Process, 2010, 19(11): 2861-2873. DOI: 10. 1109/TIP. 2010. 2050625.
- [2] FATTAL R. Image upsampling via imposed edge statistics[C]// ACM Transactions on Graphics. New York: ACM, 2007, 26(3): 95. DOI: 10. 1145/1275808. 1276379.
- [3] KIM K I, KWON Y. Single-image super-resolution using sparse regression and natural image prior[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(6): 1127-1133. DOI: 10. 1109/TPAMI. 2010. 25.
- [4] ALY H A, DUBOIS E. Image up-sampling using total-variation regularization with a new observation model[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(10): 1647-1659. DOI: 10. 1109/TIP. 2005. 851684.
- [5] TIMOFTE R, De SMET V, Van GOOL L. A+: Adjusted anchored neighborhood regression for fast super-resolution[M]// Computer Vision-ACCV 2014. Berlin: Springer International Publishing, 2014: 111-126. DOI: 10. 1007/978-3-319-16817-3_8.
- [6] DONG Chao, LOY C C, HE Kaiming, *et al.* Image super-resolution using deep convolutional networks[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 38(2): 295-307. DOI: 10. 1109/TPAMI. 2015. 2439281.
- [7] WANG Zhaowen, LIU Ding, YANG Jianchao, *et al.* Deep networks for image super-resolution with sparse prior [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Santiago: IEEE Press, 2015: 370-378. DOI: 10. 1109/ICCV. 2015. 50.
- [8] ZEYDE R, ELAD M, PROTTER M. On single image scale-up using sparse-representations[M]. Berlin: Springer, 2010: 711-730.
- [9] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. The K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322. DOI: 10. 1109/TSP. 2006. 881199.
- [10] RUBINSTEIN R, ZIBULEVSKY M, ELAD M. Efficient implementation of the K-SVD algorithm using batch orthogonal matching pursuit[J]. CS Technion, 2008, 40(8): 1-15.
- [11] HUANG Hua, HE Huiting, FAN Xin, *et al.* Super-resolution of human face image using canonical correlation analysis[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(7): 2532-2543. DOI: 10. 1016/j. patcog. 2010. 02. 007.
- [12] HOTELLING H. Relations between two sets of variates[J]. Biometrika, 1936, 28(3/4): 321-377. DOI: 10. 2307/2333955.
- [13] WOLD S, ESBENSEN K, GELADI P. Principal component analysis[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 1987, 2(1/2/3): 37-52. DOI: 10. 1016/0169-7439(87)80084-9.
- [14] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, *et al.* Online dictionary learning for sparse coding[C]// Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning. New York: ACM, 2009: 689-696. DOI: 10. 1145/1553374. 1553463.
- [15] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, *et al.* Online learning for matrix factorization and sparse coding[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2010, 11(1): 19-60. DOI: 10. 1145/1756006. 1756008.
- [16] CHANG Hong, YEUNG D Y, XIONG Yimin. Super-resolution through neighbor embedding[C]// Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on the Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D C: IEEE Press, 2004: 1-7. DOI: 10. 1109/CVPR. 2004. 1315043.
- [17] TAPPEN M F, RUSSELL B C, FREEMAN W T. Exploiting the sparse derivative prior for super-resolution and image demosaicing[C]// IEEE Workshop on Statistical and Computational Theories of Vision. Nice: IEEE Press, 2003: 1-28.

(责任编辑: 黄晓楠 英文审校: 吴逢铁)